باب تین

کرنٹ برق

(CURRENT ELECTRICITY)

3.1 تعارف (Introduction)

باب 1 میں ہم نے تمام چارجوں کو چاہے وہ آزاد ہوں یا بندھے ہوئے ہوں، حالت سکون میں مانا تھا۔حرکت کرتے ہوئے چارج برقی رو (Electric Current) تشکیل دیتے ہیں۔ یہ کرنٹ (برقی رو) کئی صورتوں میں قدرتی طور پر ظاہر ہوتے ہیں۔بجلی کا کڑکنا یا گرنا (Lightning) ایسا ہی ایک مظہر ہے، جس میں چارج، بادلوں سے، فضا سے ہوتے ہوئے، زمین تک پہنچتے ہیں اور اکثر اس سے شدید نقصان بھی پہنچتا ہے۔بجلی کے کڑکنے یا گرنے میں چارجوں کا بہاؤ، قائم (steady flow) نہیں ہوتا، لیکن ہم اپنی روزمرہ زندگی میں بہت سے ایسے آلے دیکھتے ہیں، جن میں چارج قائم طرز پر بہتے ہیں، جیسے کہ ایک دریا میں پانی روانی کے ساتھ بہتا ہے۔ایک ٹارچ اور سیل سے چلنے والی ایک گھڑی، ایسے آلوں کی مثالیں ہیں — اس باب میں، ہم قائم برقی کرنٹ (Steady Electric Current) سے متعلق کچھ بنیادی قوانین کا مطالعہ کریں گے۔

3.2 برقی کرنٹ (Electric Current)

ایک چھوٹا رقبہ تصور کیجیے، جسے چارجوں کے بہاؤ کے عمودی رکھا گیا ہے۔مثبت اور منفی، دونوں قسم کے چارج، اس رقبہ سے آگے اور پیچھے کی سمت میں بہہ سکتے ہیں۔ایک دیے ہوئے وقفہ وقت t میں، فرض کیجیے کہ q_+ مثبت چارج کی وہ کل مقدار

ہے، جو رقبہ سے، آگے کی جانب بہتی ہے(آگے کی جانب بہنے والی مقدار میں سے پیچھے کی جانب بہنے والی مقدار نفی کرکے)۔اسی طرح ،مان لیجیے کہ q_- منفی چارج کی وہ کل مقدار ہے، جو رقبہ سے، آگے کی جانب بہتی ہے اس طرح، وقفہ وقت t میں، رقبہ سے آگے کی جانب بہنے والے کل چارج کی مقدار $q = q_+ - q_-$ یہ قائم بہاؤ کے لیے t کے متناسب ہے اور حاصل تقسیم

$$I = \frac{q}{t} \tag{3.1}$$

کی تعریف آگے کی سمت میں رقبہ سے گذرنے والے کرنٹ کے بہ طور کی جاتی ہے۔(اگر یہ ایک منفی عدد حاصل ہوتا ہے، تو اس کا مطلب ہے کہ کرنٹ پیچھے کی سمت میں ہے)۔

کرنٹ ہمیشہ قائم نہیں ہوتے، اس لیے زیادہ عمومی شکل میں ہم کرنٹ کی تعریف ایسے کرتے ہیں: فرض کیجیے وقفہ وقت میں ایک موصل کے ایک تراشہ سے بہنے والا کل چارج ΔQ ہے[یعنی کہ، وقت t اور وقت $t + \Delta t$ کے دوران)۔تب وقت t پر، موصل کے اس تراشہ سے بہہ رہے کرنٹ کی تعریف، ΔQ سے Δt کی نسبت کی قدر کی شکل میں کی جاتی ہے، جب کہ یہ حد لی جائے کہ Δt صفر کی جانب ہے۔

$$I(t) \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} \tag{3.2}$$

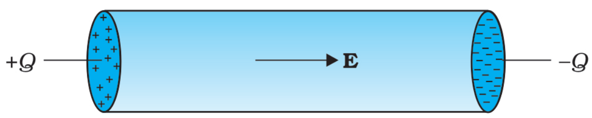
SI اکائیوں میں، کرنٹ کی اکائی اِمپیر (ampere) ہے۔ایک امپیر کی تعریف کرنٹ کے مقناطیسی اثرات کی شکل میں کی جاتی ہے، جنھیں ہم اگلے باب میں پڑھیں گے۔ایک امپیر کی عددی قدر کا درجہ، عام گھریلو آلات میں استعمال ہونے والے کرنٹ کے مساوی ہے۔ایک اوسط درجہ کی بجلی کے کڑکنے (یا گرنے) میں امپیر کے دسوں یا ہزاروں درجے کا کرنٹ شامل ہوتا ہے اور دوسری طرف ہماری نسوں میں بہنے والا کرنٹ مائیکرو امپیر میں ہوتا ہے۔

3.3 موصلوں میں برقی کرنٹ (Electric Currents in Conductors)

اگر ایک برقی میدان لگایا جائے تو ایک برقی چارج ایک قوت محسوس کرے گا۔اگر وہ حرکت کرنے کے لیے آزاد ہے، تو وہ حرکت کرے گا اور اس طرح کرنٹ پیدا کرنے میں حصہ لے گا— قدرت میں، آزاد چارج ذرات پائے جاتے ہیں، جیسے کہ فضا (Atmosphare) کے اوپری حصے میں، جو کرہ آیونیہ (ionosphre) کہلاتا ہے لیکن، ایٹموں اور مالیکیولوں میں، منفی چارج شدہ الیکٹران اور مثبت چارج شدہ نیوکلیس، ایک دوسرے سے بندھے ہوتے ہیں اور اس لیے حرکت کرنے کے لیے آزاد نہیں ہوتے— حجمی مادہ (Bulk matter)، بہت سے مالیکیولوں سے بنا ہوتا ہے۔مثلاً 1 گرام پانی میں تقریباً 10^{22} مالیکیول ہوتے ہیں۔یہ مالیکیول اتنے پاس پاس ہوتے ہیں کہ الیکٹران کسی ایک انفرادی مالیکیول سے منسلک نہیں ہوتے۔کچھ مادی اشیا میں الیکٹران اس صورت میں بھی بندھے ہوں گے، یعنی کہ، ایک برقی میدان لگائے جانے پر بھی ان میں اسراع نہیں ہوگا۔کچھ دوسری مادی اشیا میں، خاص طور پر دھاتوں میں، کچھ الیکٹران حجمی مادے کے اندر حرکت کرنے کے لیے عملی طور پر آزاد ہوتے ہیں۔یہ مادی اشیا، جو عام طور پر موصل کہلاتی ہیں، جب ایک برقی

میدان لگایا جاتا ہےتو اپنے اندر برقی کرنٹ پیدا کرلیتی ہیں۔

اگر ہم ٹھوس موصلوں کولیں،تو ظاہر ہے کہ ایٹم ایک دوسرے سے سختی کے ساتھ بندھے ہوں گےاور کرنٹ منفی چارج شدہ الیکٹرانوں کے ذریعے بہے گا۔لیکن کچھ دوسرے قسم کے موصل بھی ہیں،جیسے برق پاشیدہ محلول(Electrolytic solutions)،جن میں مثبت اور منفی دونوں قسم کے چارج حرکت کرسکتے ہیں۔ہم اپنی بحث میں،صرف ٹھوس موصلوں پر ہی توجہ مرتکز کریں گے۔اس لیے،کرنٹ،اپنی جگہ قائم مثبت چارجوں کے پس منظر میں صرف منفی چارج شدہ الیکٹرانوں کے ذریعے ہی بہے گا۔



شکل 3.1:ایک دھاتی استوانے کے سروں پر چارج Q+اور Q- رکھے گئے ہیں ان کے ذریعے پیدا ہوئے برقی میدان کی وجہ سے الیکٹران بہیں گے اور چارجوں کی تعدیل کریں گے۔اس لیے کچھ دیر بعد کرنٹ بہنا بند ہوجائے گا،جب تک کہ Q+اور Q- کولگاتار نہ بھرا جاتا ہے۔

پہلی وہ صورت لیجیے،جس میں کوئی میدان نہیں لگایا گیا ہے۔الیکٹران، حرارتی حرکت کی وجہ سے حرکت کررہے ہوں گے،جس میں وہ اپنی جگہ قائم آئنوں سے تصادم کرتے ہیں۔ایک الیکٹران ایک آئن سے تصادم کے بعد اسی چال سے حرکت کرتا ہے،جس سے وہ تصادم سے پہلے حرکت کررہا تھا۔لیکن تصادم کے بعد،الیکٹران کی رفتار کی سمت بالکل بے ترتیب ہے۔ایک دیے ہوئے وقت پر،الیکٹران کی رفتاروں کی کوئی ترجیحی سمت نہیں ہے۔اس لیے،اوسطاً،کسی بھی ایک سمت میں حرکت کررہے الیکٹرانوں کی تعداد،اس کی مخالف سمت میں حرکت کررہے الیکٹرانوں کی تعداد کے مساوی ہوگی۔اس طرح،کوئی کل برقی کرنٹ نہیں ہوگا۔

آیئے اب دیکھتے ہیں کہ موصل کے اس ٹکڑے میں میں کیا ہوگا،اگر ایک برقی میدان لگادیا جائے۔اپنے خیالات کو مرتکز رکھنے کے لیے،تصور کیجیے کہ موصل،R نصف قطر کے استوانے کی شکل میں ہے(شکل 3.1)

فرض کیجیے ہم ایک دوبرقیہ (dielectric) کی یکساں نصف قطر کی دو قرصیں (Discs) لیتے ہیں اور ایک قرص پر مثبت چارج Q+ پھیلا دیتے ہیں اور دوسری قرص پر منفی چارج Q- پھیلا دیتے ہیں۔ہم ان دونوں قرصوں کو استوانے کی سپاٹ سطحوں سے منسلک کردیتے ہیں۔ایک برقی میدان پیدا ہوگا،جس کی سمت مثبت چارج سے منفی چارج کی جانب ہوگی۔اس میدان کی وجہ سے الیکٹران' Q+ کی طرف اسراع پذیر ہوں گے۔اس طرح وہ چارجوں کی تعدیل کردیں گے۔الیکٹران،جب تک بھی وہ حرکت کررہے ہیں،کرنٹ تشکیل کریں گے۔اس لیے اس صورت میں،بہت تھوڑی دیر کے لیے کرنٹ بہے گا اور اس کے بعد کوئی کرنٹ نہیں ہوگا۔

ہم ایک ایسا میکینزم (Mechanism) بھی تصور کرسکتے ہیں،جس کے ذریعے استوانے کو،موصل کے اندر حرکت کرہے الیکٹرانوں کی وجہ سے تعدیل ہوجانے والے چارجوں کی کمی کو پورا کرنے کے لیے،نئے چارج مہیا ہوتے رہیں۔اس طرح سے ہمیں ایک مختصر وقفہ وقت کے بجائے ایک مسلسل کرنٹ ملے گا۔ایسے میکانزم،جن کے ذریعے ایک قائم برقی میدان برقرار رکھا جاتا ہے،سیل یا بیٹریاں ہیں،جن کا مطالعہ ہم اس باب میں بعد میں کریں گے۔

3.4 اوم کا قانون (Ohm's Law)

کرنٹ کے بہاؤ سے متعلق ایک بنیادی قانون جی۔ایس۔اوم (G.S.Ohm) نے 1828 میں دریافت کیا۔یہ دریافت

اس سے بھی بہت پہلے ہوئی جب کرنٹ کے بہاؤ کے لیے ذمہ دار میکانزم دریافت ہوا۔ ایک موصل تصور کریں، جس میں سے ایک کرنٹ I بہہ رہا ہے اور فرض کریں کہ موصل کے سروں کے درمیان مضمر فرق V ہے۔ تب، اوم کے قانون کا بیان ہے:

$$V \propto I$$

$$V = R\,I \qquad (3.3)$$

جہاں متناسبیت کا مستقلہ R 'موصل کی مزاحمت (Resistance) کہلاتا ہے۔ مزاحمت کی SI اکائی، اوم (Ohm) ہے، جسے علامت Ω سے ظاہر کرتے ہیں۔ مزاحمت R 'نہ صرف موصل کے مادے کے تابع ہے بلکہ موصل کے ابعاد کے بھی تابع ہے۔ R کا موصل کے ابعاد پر تابع ہونا مندرجہ ذیل طور پر بہ آسانی معلوم کیا جاسکتا ہے!

لمبائی l اور تراشی رقبہ A کی سل (Slab) کی شکل کا (شکل (3.2(a)) ایک موصل لیں، جو مساوات (3.3) کو مطمئن کرتا ہو۔ تصور کیجیے کہ ایسی دو متماثل سلیں، ساتھ ساتھ اس طرح رکھی ہوئی ہیں کہ اجتماع (Combination) کی لمبائی $2l$ ہے (شکل (3.2(b))۔ اجتماع سے بہنے والا کرنٹ، وہی ہوگا جو کسی ایک سل سے بہنے والا کرنٹ ہے۔ اگر پہلی سل کے سروں کے درمیان مضمر فرق V ہے تو دوسری سل کے سروں کے درمیان بھی مضمر فرق V ہوگا، کیونکہ دوسری سل، پہلی سل کے متماثل ہے اور دونوں میں سے یکساں کرنٹ بہہ رہا ہے۔ اجتماع کے سروں کے درمیان مضمر فرق ظاہر ہے کہ دو انفرادی سلوں کے سروں کے درمیان مضمر فرقوں کا حاصل جمع ہوگا، اور اس لیے یہ 2V ہے۔

اجتماع سے گذرنے والا کرنٹ I ہے اور اجتماع کی مزاحمت R_c ہے۔ مساوات (3.3) سے:

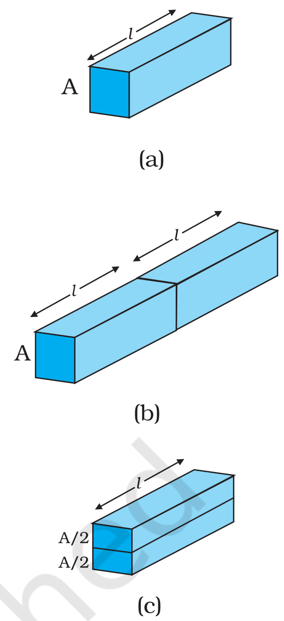
$$R_C = \frac{2V}{I} = 2R \qquad (3.4)$$

کیونکہ: $R = \frac{V}{I}$، کسی ایک سل کی مزاحمت ہے۔ اس طرح، موصل کی لمبائی کو دگنا کردینے سے مزاحمت دگنی ہوجاتی ہے۔ اس لیے، عمومی طور پر، مزاحمت، لمبائی کے متناسب ہے:

$$R \propto l \qquad (3.5)$$

اب تصور کیجیے کہ سل کو، لمبائی کی جانب کاٹ کر دو برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اس طرح سل کو لمبائی l اور تراشی رقبہ $\frac{A}{2}$ کی دو متماثل سلوں کا اجتماع مانا جاسکتا ہے۔ (شکل (3.2(c))۔

سل کے سروں کے درمیان ایک دی ہوئی وولٹیج V کے لیے، اگر I پوری سل میں سے گذرنے والا کرنٹ ہے تو ظاہر ہے کہ دونوں نصف سلوں میں سے ہر ایک میں سے گذرنے والا کرنٹ $\frac{I}{2}$ ہوگا۔ کیوں کہ نصف سلوں کے کناروں کے درمیان مضمر فرق V ہے، یعنی کہ اتنا ہی جتنا پوری سل کے سروں کے درمیان ہے، اس لیے ہر نصف سل کی مزاحمت R_1 ہے!



شکل **3.2**: لمبائی l اور تراشی رقبہ A کی مستطیل نما سل کے لیے رشتہ: $R = \frac{\rho l}{A}$ کا اظہار

جارج سائمن اوم (1787—1854) جرمن ماہر طبیعیات، میونخ یونیورسٹی کے پروفیسر، اوم اپنے قانون تک حرارت کی ایصالیت کی مماثلت کے ذریعے پہنچے—برقی میدان، درجہ حرارت ڈھال (Temperature gradient) کے مماثل ہے اور برقی کرنٹ، حرارت کے بہاؤ کے مماثل ہے۔

$$R_1 = \frac{V}{(I/2)} = 2\frac{V}{I} = 2R \tag{3.6}$$

اس لیے، ایک موصل کا تراشی رقبہ نصف کر دینے سے اس کی مزاحمت دگنی ہو جاتی ہے۔ عمومی شکل میں، مزاحمت R، تراشی رقبہ کے معکوس متناسب ہے۔

$$R \propto \frac{1}{A} \tag{3.7}$$

مساوات (3.5) اور مساوات (3.7) کو اکٹھا کرنے پر

$$R \propto \frac{l}{A} \tag{3.8}$$

اس لیے، ایک دیے ہوئے موصل کے لیے:

$$R = \rho \frac{l}{A} \tag{3.9}$$

جہاں متناسبیت کا مستقلہ ρ، موصل کے مادے کے تابع ہے، لیکن ابعاد کے تابع نہیں ہے۔ ρ نوعی مزاحمت [مزاحمیت (Resistivity)] کہلاتی ہے۔

آخری مساوات استعمال کرنے پر، اوم کا قانون یہ شکل اختیار کر لیتا ہے:

$$V = I \times R = \frac{I\rho l}{A} \tag{3.10}$$

کرنٹ فی اکائی رقبہ (جسے کرنٹ پر عمودی لیا جاتا ہے)، $\frac{I}{A}$ کرنٹ کثافت کہلاتی ہے اور اسے علامت J سے ظاہر کرتے ہیں۔ کرنٹ کثافت کی SI اکائیاں Am^{-2} ہیں۔ مزید، اگر E، اس موصل میں جس کی لمبائی l ہے، ہموار برقی میدان کی عددی قدر ہے، تو اس موصل کے سروں کے درمیان مضمر فرق V، El ہے۔ انھیں استعمال کر کے، آخری مساوات ہو جاتی ہے!

$$E\, l = j\, \rho\, l$$

یا

$$E = j\rho \tag{3.11}$$

E اور j کے لیے مندرجہ بالا رشتہ سمتی شکل میں بھی لکھا جا سکتا ہے۔ کرنٹ کثافت (جسے ہم نے کرنٹ کے عمودی اکائی رقبہ سے گذرنے والے کرنٹ کے بہ طور معرف کیا ہے) بھی $\vec{E}$ کی جانب ہے اور یہ بھی سمتیہ $\vec{j}\left(\equiv \frac{j\vec{E}}{E}\right)$ ہے۔ اس لیے آخری مساوات لکھی جا سکتی ہے:

$$\vec{E} = \vec{j}\rho \tag{3.12}$$

یا

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}$$

جہاں، $\sigma = \frac{1}{\rho}$ ' ایصالیت کہلاتی ہے۔اوم کا قانون مساوات (3.3) کے علاوہ معادل شکل مساوات (3.13) میں بھی لکھا جاتا ہے۔اگلے حصے میں ہم اوم کے قانون کے اصل ماخذ کو سمجھنے کی کوشش کریں گے جو کہ الیکٹرانوں کی بادآوردگی (Drift) ہے۔

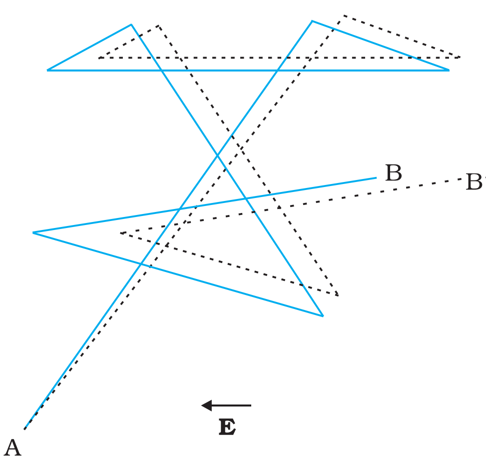
3.5 الیکٹرانوں کی بادآوردگی اور مزاحمیت کا ماخذ
(Drift of Electrons and the Origin of Resistivity)

جیسا کہ پہلے بتایا جا چکا ہے ایک الیکٹران اپنی جگہ قائم بھاری آئنوں سے تصادم کرے گا، لیکن تصادم کے بعد بھی اس کی چال یکساں رہے گی لیکن سمت بے ترتیب ہوگی۔اگر ہم تمام الیکٹرانوں کو لیں، تو ان کی اوسط رفتار صفر ہوگی، کیونکہ ان کی سمتیں بے ترتیب ہیں۔اس لیے، اگر ہمارے پاس N الیکٹران ہیں اور ith الیکٹران (N,......,2=1,2) کی رفتار، ایک دیے ہوئے وقت پر، $\vec{v}_i$ ہے، تب

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathbf{v}_i = 0 \qquad (3.14)$$

اب وہ صورت لیں، جب ایک برقی میدان موجود ہے۔اس میدان کی وجہ سے الیکٹرانوں میں اسراع $\vec{a}$ پیدا ہوگا!

$$\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m} \qquad (3.15)$$



شکل 3.3: ایک الیکٹرن کا نقطہ A سے نقطہ B تک متواتر تصادموں اور مستقیم خط کے ذریعے حرکت کرنے کا نقشہ (سالم خطوط)۔جیسا کہ دکھایا گیا ہے، اگر ایک برقی میدان لگایا جائے تو الیکٹران نقطہ B′ پر اپنا سفر ختم کرتا ہے (ٹوٹا ہوا خط) برقی میدان کے مخالف ایک تھوڑی سی بادآوردگی دکھائی دیتی ہے۔

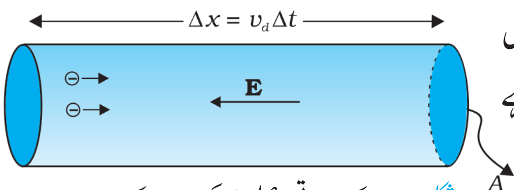
جہاں e- الیکٹران کا چارج اور m اس کی کمیت ہے۔پھر، ایک دیے ہوئے وقت پر i^{th} الیکٹران لیں۔اس الیکٹران کا آخری تصادم t سے کچھ وقت پہلے ہوا ہوگا اور فرض کیجیے کہ آخری تصادم کے بعد گذرنے والا وقت t_1 ہے۔اگر آخری تصادم کے بعد فوراً بعد، اس کی رفتار v_i تھی، تو وقت t پر اس کی رفتار $\vec{v}_i$ ہے:

$$\vec{V}_i = v_i + \frac{-e\bar{E}}{m}t_i \qquad (3.16)$$

کیونکہ اپنے آخری تصادم کے بعد سے حرکت شروع کرتے ہوئے یہ مساوات (3.15) سے دیے گئے اسراع سے، وقفہ وقت t_1 تک، اسراع پذیر رہا ہے (شکل 3.3)— وقت t پر الیکٹرانوں کی اوسط رفتار، تمام $\vec{V}_i$ کا اوسط ہوگی۔تمام $\vec{v}_i$ کا اوسط صفر ہے [مساوات (3.14)]، کیونکہ کسی بھی تصادم کے فوراً بعد، ایک الیکٹران کی رفتار کی سمت مکمل طور پر بے ترتیب ہے۔الیکٹرانوں کے تصادم ایک باقاعدہ وقفہ وقت کے ساتھ نہیں ہوتے بلکہ بے ترتیب وقتوں پر ہوتے رہتے ہیں۔فرض کیجیے، دو متواتر (Successive) تصادموں کے درمیان اوسط وقفہ کو ہم τ سے ظاہر کرتے ہیں۔اس لیے ایک دیے ہوئے وقت پر کچھ الیکٹران τ سے زیادہ وقت گذار چکے ہوں گے اور کچھ

سے کم۔ دوسرے لفظوں میں، مساوات (3.16) میں t_i، جب ہم $i=1,2,.....N$، تمام قدریں لیں گے تو، کچھ کے لیے τ سے کم ہوگا اور کچھ کے لیے τ سے زیادہ ہوگا۔ اب t_i کی اوسط قدر τ ہے۔ اس لیے مساوات (3.16) کی N الیکٹرانوں کے لیے اوسط قدر معلوم کرنے سے ہمیں، کسی بھی دیے ہوئے وقت t پر، اوسط رفتار $\vec{v}_d$ حاصل ہوگی۔

$$\vec{v}_d \equiv \left(\vec{V}_i\right)_{\text{اوسط}} = \left(\vec{v}_i\right)_{\text{اوسط}} - \frac{e\vec{E}}{m}\left(t_i\right)_{\text{اوسط}} \qquad (3.17)$$



شکل 3.4: ایک دھاتی موصل میں کرنٹ — ایک دھات میں کرنٹ کثافت کی عددی قدر، اکائی رقبہ اور $\vec{V}_d$ لمبائی کے استوانے میں پائے جانے والے چارج کی مقدار ہے۔

یہ آخری نتیجہ تعجب خیز ہے۔ یہ بتاتا ہے کہ الیکٹران جس اوسط رفتار سے حرکت کرتے ہیں وہ وقت کے غیر تابع ہے، حالانکہ الیکٹرانوں پر اسراع کام کر رہا ہے۔ یہی بادآوردگی کا مظہر ہے اور مساوات (3.17) میں رفتار $\vec{v}_d$، بادآوردرفتار (drift velocity) کہلاتی ہے۔

بادآوردگی کی وجہ سے، $\vec{E}$ کی عمودی سمت میں کسی بھی رقبہ پر، چارجوں کا کل حمل (Net Transport) ہوگا۔ یا ایک مسطح رقبہ A لیجیے، جو موصل کے اندر ایسے مقام پر ہے کہ رقبہ پر عمود، کے متوازی (شکل 3.4)۔ تب بادآوردگی کی وجہ سے، ایک لاانتہا خفیف وقفہ وقت میں، رقبہ کے بائیں جانب کے، فاصلہ $|\vec{v}_d|\Delta t$ تک کے تمام الیکٹران رقبہ سے گزر چکے ہوں گے۔ اگر n، دھات میں آزاد الیکٹران فی اکائی حجم کی تعداد ہے تب ایسے $n\Delta t|\vec{v}_d|A$ الیکٹران ہوں گے۔ کیونکہ ہر الیکٹران کا چارج (-e) ہے، اس لیے اس رقبہ سے دائیں طرف، وقت Δt میں حمل کیا گیا کل چارج $-neA|\vec{v}_d|\Delta t$ ہے۔ E کیونکہ بائیں جانب ہے، اس لیے $\vec{E}$ کی جانب حمل ہوا چارج اس کا منفی ہوگا۔ اس لیے رقبہ A سے وقت Δt میں گزرنے والے چارج کی مقدار، تعریف کے مطابق [مساوات (3.2)] ہے، جہاں I، کرنٹ کی عددی قدر ہے۔ اس لیے

$$I\,\Delta t = +neA\left|\mathbf{v}_d\right|\Delta t \qquad (3.18)$$

مساوات (3.17) سے $|\vec{v}_d|$ کی قدر رکھنے پر

$$I\,\Delta t = \frac{e^2A}{m}\tau\, n\,\Delta t\left|\vec{E}\right| \qquad (3.19)$$

تعریف کے مطابق، I کا کرنٹ کثافت کی عدد قدر $|\vec{j}|$ سے رشتہ ہے

$$I = |\vec{j}|A \qquad (3.20)$$

اس لیے، مساوات (3.19) اور (3.20) سے

$$\left|\vec{j}\right| = \frac{ne^2}{m}\tau\left|\vec{E}\right| \qquad (3.21)$$

سمتیہ $\vec{j}$، $\vec{E}$ کے متوازی ہے، اس لیے ہم مساوات (3.21) کو سمتیہ شکل میں لکھ سکتے ہیں:

$$\vec{j} = \frac{ne^2}{m}\tau\vec{E} \qquad (3.22)$$

(3.13) سے مقابلہ کرنے پر معلوم ہوتا ہے کہ مساوات (3.22)، قطعی طور پر اوم کا قانون ہی ہے، اگر ہم σ کوشناخت کریں، بہ طور

$$\sigma = \frac{ne^2}{m}\tau \qquad (3.23)$$

اس طرح ہم دیکھتے ہیں کہ برقی ایصالیت کی ایک سادہ تصویر سے اوم کا قانون حاصل ہوجاتا ہے ہاں ہم نے یہ مفروضے بے شک قائم کیے ہیں کہ τ اور n مستقلہ ہیں اور $\vec{E}$ کے غیر تابع ہیں۔ ہم اگلے حصہ میں اوم کے قانون کی محدودیت سے بحث کریں گے۔

مثال 3.1 (a) تراشی رقبہ $1.0 \times 10^{-7}\ m^2$ کے تابنہ کے تار میں 1.5A کا کرنٹ گذر رہا ہے۔ ایصالی الیکٹرانوں کی اوسط بادآور چال کا تخمینہ لگایئے۔ مان لیجیے کہ تانبہ کا ہر ایٹم، موٹے طور پر، 1 الیکٹران فراہم کرتا ہے۔ تانبہ کی کثافت $9.0 \times 10^3\ kg/m^{-3}$ ہے اور اس کی ایٹمی کمیت 63.5u ہے۔

(b) اوپر حاصل کی گئی بادآور چال کا مقابلہ کیجیے: (i) عام درجہ حرارت پر تانبہ کے ایٹموں کی حرارتی چال سے۔ (ii) جو بادآور حرکت پیدا کر رہا ہے، موصل پر اس برقی میدان کے پھیلنے کی رفتار سے۔

حل:

(a) ایصالی الیکٹرانوں کی بادآور رفتار کی سمت، برقی میدان کی سمت کے مخالف ہے، یعنی کہ الیکٹران بڑھتے ہوئے مضمر کی سمت میں بادآور ہوتے ہیں۔ بادآور چال $\vec{v}_d$ مساوات (3.18) سے دی جاتی ہے:

$$v_d = (I/neA)$$

اب $e = 1.6 \times 10^{-19}C$، $A = 1.0 \times 10^{-7}m^2$، $\vec{I} = 1.5A$ ایصالی الیکٹرانوں کی کثافت n، ایٹموں کی تعداد فی مکعب میٹر کے مساوی ہے (ایک ایصالی الیکٹران فی Cu ایٹم فرض کرتے ہوئے، جو کہ اس کی گرفت الیکٹران تعداد 1 کے لحاظ سے قابل فہم ہے)۔ کوپر کے ایک مکعب میٹر کی کمیت $9.0 \times 10^3 kg$ ہے کیونکہ 6.0×10^{23} کوپر ایٹموں کی کمیت 63.5g ہے:

$$n = \frac{6.0 \times 10^{23}}{63.5} \times 9.0 \times 10^6$$

$$= 8.5 \times 10^{28}\ m^{-3}$$

جس سے حاصل ہوتا ہے

$$v_d = \frac{1.5}{8.5 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.0 \times 10^{-7}}$$

$$= 1.1 \times 10^{-3}\ m\ s^{-1} = 1.1\ mm\ s^{-1}$$

(b) (i) درجہ حرارت T پر، کمیت M کے ایک تانبہ کے ایٹم کی حرارتی چال* $[<(1/2)Mv^2>=(3/2)k_BT]$ سے معلوم کی جاتی ہے اور اس لیے یہ $\sqrt{k_BT/M}$ کے مخصوص درجہ کی ہے، جہاں k_B، بولٹز مین کا

مثال 3.1

مستقلہ ہے۔300K پر تانبہ کے لیے، یہ تقریباً $2 \times 10^2\ m\ s^{-1}$ ہے۔ یہ عدد ایک موصل میں کوپر ایٹموں کی بے ترتیب ارتعاشی چال (random vibrational speed) کی نشاندہی کرتا ہے۔نوٹ کریں کہ الیکٹرانوں کی بادآورچال اس سے بہت کم ہے، عام درجہ حرارت پر مخصوص حرارتی چال سے تقریباً 10^{-5} گنا کم۔

(ii) موصل سے گذرتے ہوئے ایک برقی میدان کی چال، ایک برق — مقناطیسی لہر کی چال ہے، جو $3.0\times10^8 m\ s^{-1}$ کے مساوی ہے — (آپ اس کے بارے میں باب 8 میں سیکھیں گے) — اس کے مقابلے میں بادآورچال بہت زیادہ کم ہے، 10^{-11} کے جزء ضربی سے کم۔

مثال 3.1

مثال 3.2

(a) مثال 3.1 میں، الیکٹران بادآور چال کا لگایا گیا تخمینہ، چند امپیر کی سعت میں کرنٹ کے لیے، صرف چند mms^{-1} ہے۔ پھر کرنٹ سرکٹ کو بند کرتے ہی تقریباً اسی ساعت پر کیسے قائم ہو جاتا ہے؟

(b) الیکٹران کی بادآوری، ایک موصل کیا اندر برقی میدان کی وجہ سے الیکٹرانوں پر لگ رہی قوت سے پیدا ہوتی ہے۔لیکن قوت کو اسراع پیدا کرنا چاہیے۔ پھر الیکٹران ایک قائم اوسط بادآور چال کیسے اختیار کر لیتے ہیں؟

(c) اگر الیکٹران بادآور چال اتنی کم ہے اور الیکٹران کا چارج بھی بہت کم ہے، تو پھر ہم ایک موصل میں کرنٹ کی بڑی مقدار کیسے حاصل کر لیتے ہیں؟

(d) جب ایک دھات میں الیکٹران، مقابلتاً کم مضمر سے مقابلتاً زیادہ مضمر کی طرف بادآور ہوتے ہیں، تو کیا اس کا مطلب ہے کہ دھات کے تمام ''آزاد'' الیکٹران یکساں سمت میں حرکت کر رہے ہیں؟

(e) کیا متواتر تصادموں (دھات کے مثبت آئنوں کے ساتھ) کے درمیان الیکٹرانوں کے راستے خطوط مستقیم ہوتے ہیں: (i) برقی میدان کی غیر موجودگی میں (ii) برقی میدان کی موجودگی میں۔

حل:

(a) پورے سرکٹ میں برقی میدان تقریباً اسی ساعت پر قائم ہو جاتا ہے (روشنی کی رفتار کے ساتھ)، جس سے ہر نقطہ پر ایک مقامی الیکٹران بادآوری پیدا ہوتی ہے۔ کرنٹ کے قائم ہونے کو، الیکٹرانوں کے موصل کے ایک سرے سے دوسرے سرے تک پہنچنے کا انتظار نہیں کرنا ہوتا۔ گوکہ، کرنٹ کو اپنی قائم قدر تک پہنچنے میں کچھ مختصر وقت ضرور لگتا ہے۔

(b) ہر آزاد الیکٹران اسراع پذیر ہوتا ہے اور اپنی بادآور چال میں اضافہ کرتا ہے، جب تک کہ وہ دھات کے ایک مثبت آئن سے نہیں ٹکراتا۔ وہ تصادم کے بعد اپنی بادآور چال کھو دیتا ہے اور پھر دوبارہ اسراع پذیر ہونا اور اپنی بادآور چال میں اضافہ کرنا شروع کرتا ہے، یہاں تک کہ وہ پھر تصادم کرتا ہے اور اسی طرح یہ سلسلہ

مثال 3.2

*درجہ xi کی درسی کتاب کی باب 13 میں مساوات (13.23) دیکھیے۔

مثال 3.2

جاری رہتا ہے۔ اس لیے، اوسطاً، الیکٹران صرف باد آور چال ہی اختیار کرتے ہیں۔

(c) سادہ بات ہے، کیونکہ الیکٹران عددی کثافت بہت زیادہ ہے: $\sim 10^{29}\,m^{-3}$

(d) بالکل نہیں، باد آور رفتار، الیکٹرانوں کی بڑی بے ترتیب رفتاروں پر منطبق ہوتی ہے۔

(e) برقی میدان کی غیر موجودگی میں، راستے خطوطِ مستقیم ہوتے ہیں۔ برقی میدان کی موجودگی میں راستے، عمومی طور پر، انحنائی ہوتے ہیں۔

3.5.1 روانی (Mobility)

جیسا کہ ہم دیکھ چکے ہیں، ایصالیت رواں چارج برداروں (Mobile charge carriers) کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے۔ دھاتوں میں، یہ رواں چارج بردار، الیکٹران ہوتے ہیں، ایک آئن شدہ گیس (ionized gas) میں یہ الیکٹران اور مثبت چارج شدہ آئن ہوتے ہیں، ایک برق پاشہ (electricolyte) میں یہ مثبت اور منفی، دونوں قسم کے، آئن ہو سکتے ہیں۔

ایک اہم مقدار روانی μ ہے، جس کی تعریف باد آور رفتار کی عددی قدر فی اکائی برقی میدان کے بہ طور کی جاتی ہے:

$$\mu = \frac{|\vec{v}_d|}{E}$$

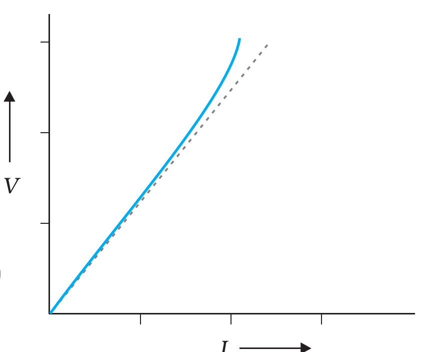
روانی کی SI اکائی m^2/Vs جو عملی اکائیوں (cm^2/Vs) کی 10^4 گنا ہے۔ روانی مثبت ہوتی ہے۔ مساوات (3.17) سے، ہمارے پاس ہے:

$$v_d = \frac{e\,\tau\,E}{m}$$

اس لیے،

$$\mu = \frac{v_d}{E} = \frac{e\,\tau}{m}$$

جہاں τ، الیکٹرانوں کے لیے اوسط تصادم وقت ہے۔



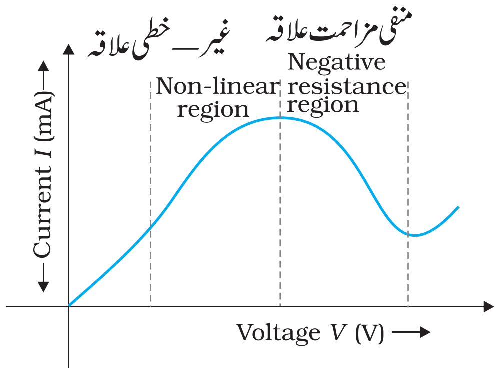
شکل 3.5: ٹوٹا ہوا خط (Dashed line)، خطی اوم کے قانون کو ظاہر کرتا ہے۔ ٹھوس خط ایک اچھے موصل کے لیے وولٹیج V بر خلاف کرنٹ I منحنی ہے۔

3.6 اوم کے قانون کی محدودیت (Limitations of Ohm's Law)

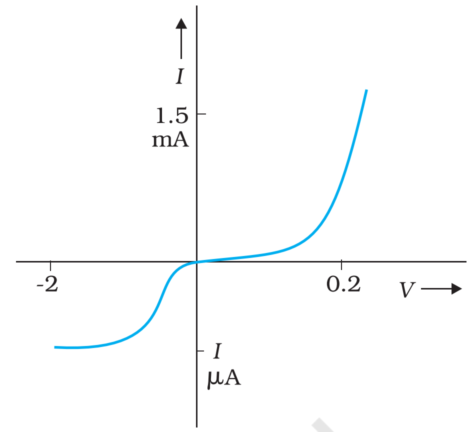
حالانکہ اوم کا قانون مادی اشیا کی بہت سی قسموں کے لیے درست پایا گیا ہے، لیکن ایسی مادی اشیا اور آلات (devices) بھی ہیں جو برقی سرکٹ میں استعمال کیے جاتے ہیں اور ان کے لیے V اور I کی متناسبیت درست نہیں ہے۔ یہ انحراف موٹے بطور پر، مندرجہ ذیل میں سے ایک یا زائد قسموں کے ہیں:

(a) V، I کے متناسب رہنا ختم کر دیتا ہے۔ (شکل (3.5))۔

(b) V اور I کے مابین رشتہ، V کی علامت کے تابع ہے۔ دوسرے لفظوں میں، اگر I، کسی مخصوص V کے لیے



شکل 3.7: کرنٹ کی تبدیلی بر خلاف وولٹیج — Ga As کے لیے۔



شکل 3.6 ایک ڈایوڈ کا مخصوص منحنی — وولٹیج اور کرنٹ کی مثبت اور منفی قدروں کے لیے مختلف پیمانے نوٹ کریں

کرنٹ کی قدر ہے، تو V کی عددی قدر کو متعین رکھتے ہوئے، اس کی سمت مخالف کر دینے سے، مخالف سمت میں I کی عددی قدر کا مساوی کرنٹ نہیں حاصل ہوتا۔ (شکل (3.6))۔ ایسا، مثال کے طور پر، ڈایوڈ میں ہوتا ہے، جس کا مطالعہ ہم باب 14 میں کریں گے

(c) V اور I کے درمیان کوئی یکتا (unique) رشتہ نہیں ہے۔ یعنی کہ کرنٹ I کی یکساں قدر کے لیے V کی ایک سے زیادہ قدریں ہیں (شکل 3.7) GaAs ایک ایسی مادی شئے ہے جو ایسا برتاؤ ظاہر کرتی ہے۔

ایسی مادی اشیا اور آلات جو مساوات (3.3) کی شکل میں دیے گئے اوم کے قانون کی پابندی نہیں کرتے، الیکٹرانک سرکٹوں میں خوب استعمال کیے جاتے ہیں۔ اس باب اور آگے آنے والے چند ابواب میں ہم انھی مادی اشیا کا مطالعہ کریں گے جو اوم کے قانون کی پابندی کرتے ہیں۔

3.7 مختلف مادی اشیا کی مزاحمیت
(Resistivity of Various Materials)

مختلف، عام طور پر استعمال ہونے والی، مادی اشیا کی مزاحمیت کی فہرست جدول 3.1 میں دی گئی ہے۔ مزاحمیت کے بڑھتے ہوئے درجہ کے مطابق، ان اشیا کی مزاحمیت کی قدروں کی بنیاد پر انھیں بہ طور موصل، نیم موصل (Semi conductor) اور حاجز (Insulator) درجہ بند کیا گیا ہے۔ دھاتوں کی مزاحمیت کی قدریں (10^{-8} Ωm سے 10^{-6} Ωm کی سعت میں) کم درجہ کی ہوتی ہیں۔ دوسری طرف، ترابیات (Ceramics)، ربر اور پلاسٹک جیسے حاجزوں کی مزاحمیت کی قدریں، دھاتوں سے 10^{18} گنا (یا اس سے بھی زیادہ) ہوتی ہیں۔ ان دونوں کے درمیان نیم موصل آتے ہیں۔ لیکن ان کی مزاحمیت کی قدریں، خصوصی طور پر درجہ حرارت میں اضافہ کے ساتھ کم ہوتی جاتی ہیں۔ نیم موصلوں کی مزاحمیت کی

قدریں، ملاوٹ کی قلیل مقدار کی موجودگی سے بھی متاثر ہوتی ہیں۔ اس آخری خاصیت کا استعمال، نیم موصلوں کو الیکٹرانک آلات میں استعمال کرنے میں کیا جاتا ہے۔

جدول 3.1 کچھ مادی اشیا کی نوعی مزاحمتیں

مادی شئے	نوعی مزاحمت ρ (°C) پر $\sigma(\Omega)$	نوعی مزاحمت کا درجہ حرارت ضریب، α $(°C)^{-1}$ $\frac{1}{\rho}\left(\frac{d\rho}{dT}\right)$ 0°C (پر)
چاندی (Silver)	1.6×10^{-8}	0.0041
موصل (Copper)	1.7×10^{-8}	0.0068
المونیم (Aluminium)	2.7×10^{-8}	0.0043
ٹنگسٹن (Tungsten)	5.6×10^{-8}	0.0045
لوہا (Iron)	10×10^{-8}	0.0065
پلاٹینم (Platinum)	11×10^{-8}	0.0039
پارہ (Mercury)	98×10^{-8}	0.0009
نکروم (Nichrome)	-100×10^{-8}	0.0004
(Ni،Fe،Cr کا بھرت)		
میگانن (بھرت) Manganin (alloy)	48×10^{-8}	0.002×10^{-3}
میگانن (بھرت)		
نیم موصل (Semiconductors)		
کاربن (گریفائٹ) Carbon (graphite)	3.5×10^{-5}	– 0.0005
جرمینیم (Germanium)	0.46	– 0.05
سلی کون (Silicon)	2300	– 0.07
حاجز (Insulators)		
خالص پانی (Pure Water)	2.5×10^{5}	
شیشہ (Glass)	$10^{10} - 10^{14}$	
سخت ربر (Hard Rubber)	$10^{13} - 10^{16}$	
نمک (NaCl)	$- 10^{14}$	
فیوز شدہ کوآرٹز (Fused Quartz)	$- 10^{16}$	

گھریلو استعمال یا تجربہ گاہوں کے لیے تجارتی پیمانے پر تیار کیے جانے والے مزاحموں کی دو بڑی قسمیں ہیں: تار سے بنے ہوئے مزاحمے اور کاربن مزاحمے — تار کے مزاحمے' کچھ بھرتوں کو لپیٹ کر بنائے جاتے ہیں جیسے منگانن (Manganin)' کونسٹنٹن (constantan)' نکروم (Nichrome)' یا ان جیسے دوسرے بھرت — ان مادوں کا انتخاب عام طور سے اس بنیاد پر کیا جاتا ہے کہ ان کی نوعی مزاحمتیں درجہ حرارت کے تئیں مقابلتاً غیر حساس ہوتی ہیں۔ یہ نوعی مزاحمتیں ایک ادم سے لے کر چند سو ادم تک کی مخصوص سعت کی ہوتی ہیں۔

اس سے بڑی سعت کے مزاحمہ زیادہ تر کاربن سے بنائے جاتے ہیں۔ کاربن مزاحمے سائز میں مختصر اور سستے ہوتے ہیں اور اس لیے الیکٹرانک سرکٹوں میں بہت زیادہ استعمال کیے جاتے ہیں۔ کاربن مزاحمے کیونکہ سائز میں مختصر ہوتے ہیں، اس لیے ان کی قدریں ایک رنگ کوڈ استعمال کر کے دی جاتی ہیں۔

جدول 3.2 مزاحمہ رنگ کوڈ

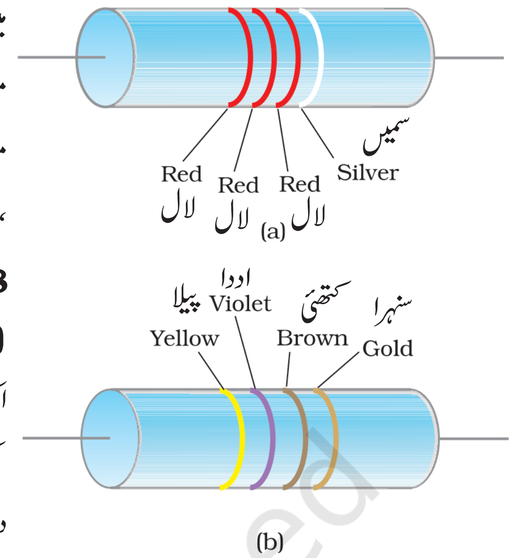
رنگ	عدد	ضریب	برداشت (%)
کالا (Black)	0	1	
کتھئی (Brown)	1	10^1	
لال (Red)	2	10^2	
نارنجی (Orange)	3	10^3	
پیلا (Yellow)	4	10^4	
ہرا (Green)	5	10^5	
نیلا (Blue)	6	10^6	
اودا (Violet)	7	10^7	
سرمئی (Gray)	8	10^8	
سفید (White)	9	10^9	
سنہرا (Gold)		10^{-1}	5
سیمیں (Silver)		10^{-2}	10
کوئی رنگ نہیں (No Colour)			20

مزاحموں پر ہم محوری رنگین چھلے بنے ہوتے ہیں' جن کی اہمیت کی فہرست جدول 3.2 میں دی گئی ہے۔

پٹیاں (Bands)' اوم میں مزاحمت کے پہلے دو قابل لحاظ ہندسے ظاہر کرتی ہیں۔ تیسری پٹی اعشاری ضریب کی نشاندہی کرتی ہے (جیسا کہ جدول 3.2 میں دی ہوئی فہرست میں دکھایا گیا ہے)۔ آخری پٹی برداشت (Tolerance) یا فی صد

میں' نشاندہی کی گئی قدروں میں' تبدیلی ظاہر کرتی ہے۔کبھی کبھی یہ آخری پٹی نہیں بھی ہوتی' جس کا مطلب ہے: 20% برداشت (شکل 3.8)

مثال کے طور پر' اگر چار رنگ' نارنجی، نیلا، پیلا اور سنہرا ہیں' تو مزاحمت کی قدر $6 \times 10^4\ \Omega$، 5% برداشت کی قدر کے ساتھ' ہے۔



شکل 3.8: رنگ کوڈ شدہ مزاحمے:
(a) $(22 \times 10^2\ \Omega) \pm 10\%$,
(b) $(47 \times 10\ \Omega) \pm 5\%$.

3.8 مزاحمیت کا درجہ حرارت پر انحصار
(Temperature Dependence of Resistivity)

ایک مادی شئے کی مزاحمیت درجہ حرارت کے تابع معلوم ہوتی ہے۔مختلف مادی اشیا درجہ حرارت پر یکساں انحصار نہیں ظاہر کرتے۔درجہ حرارت کی ایک محدود ساعت کے لیے، جو بہت بڑی نہ ہو' ایک دھاتی موصل کی مزاحمیت نزدیکی طور پر دی جاتی ہے!

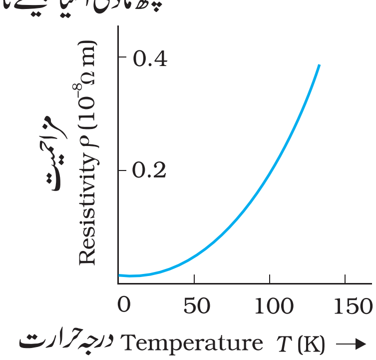
$$\rho_T = \rho_0\ [1 + \alpha\ (T - T_0)] \qquad (3.26)$$

یہاں ρ_T' درجہ حرارت T پر مزاحمیت ہے اور ρ_0 حوالہ درجہ حرارت T_0 پر مزاحمیت ہے' مزاحمیت کا درجہ حرارت ضریب (Temperature Co-efficient of Resistivity) کہلاتا ہے اور مساوات (3.26) سے α کے ابعاد $^{-1}$(درجہ حرارت) ہیں۔دھاتوں کے لیے α مثبت ہے اور کچھ دھاتوں کے لیے $T_0 = 0°C$ پر α کی قدروں کی فہرست جدول 3.1 میں دی گئی ہے۔

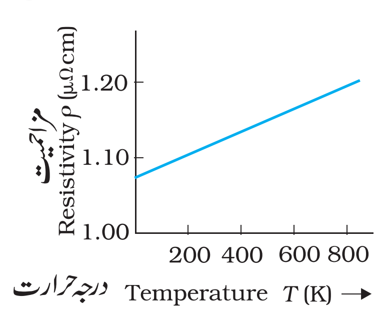
مساوات (3.26) کے رشتے سے اخذ کیا جاسکتا ہے کہ T کے خلاف ρ_T کا کھینچا گیا گراف ایک خط مستقیم ہوگا۔ سے بہت کم درجات حرارت پر' حالانکہ گراف ایک خط مستقیم سے قابل لحاظ انحراف ظاہر کرتا ہے (شکل 39)۔

اس لیے' مساوات (3.26) کا استعمال' کسی حوالہ درجہ حرارت T_0 کے گرد' T کی ایک محدود سعت میں' نزدیکی طور پر' کیا جاسکتا ہے' جہاں پر گراف کو تقریباً مستقیم خط مانا جاسکے۔

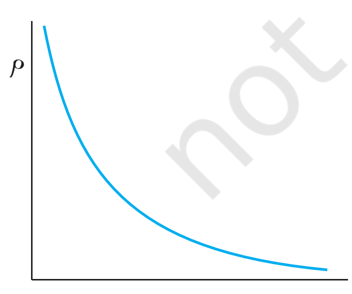
کچھ مادی اشیا' جیسے نائیکروم (جو نکل، لوہے اور کرومیم کا بھرت ہے)' درجہ حرارت کے ساتھ مزاحمیت کا بہت کمزور انحصار



شکل 3.9 درجہ حرارت T کے تفاعل کے بہ طور تانبہ کی مزاحمیت ρ_T



شکل 3.10: مطلق درجہ حرارت T کے تفاعل کے بہ طور نائیکروم کی مزاحمیت ρ_T



شکل 3.11 ایک مخصوص نیم موصل کے لیے مزاحمیت کا درجہ حرارت پر انحصار

ظاہر کرتے ہیں (شکل 3.10)۔ میگانن اور کونسٹن ٹن کی بھی ایسی ہی خاصیتیں ہوتی ہیں۔ اس لیے یہ مادے تاروں سے بنے معیاری مزاحموں میں خوب استعمال کیے جاتے ہیں، کیونکہ ان کی مزاحمت کی قدریں، درجہ حرارت کے ساتھ بہت کم تبدیل ہوتی ہیں۔

دھاتوں کے برخلاف، نیم موصلوں کی مزاحمیت، درجہ حرارت میں اضافے کے ساتھ، کم ہوتی ہے۔ ایک مخصوص انحصار شکل 3.11 میں دکھایا گیا ہے۔

مساوات (3.23) کے مشتق کی روشنی میں، ہم مزاحمیت کے درجہ حرارت پر انحصار کو کیفیتی طور پر سمجھ سکتے ہیں۔ اس مساوات سے، ایک مادی شئے کی مزاحمیت دی جاتی ہے۔

$$\rho=\frac{1}{\sigma}=\frac{m}{n e^2 \tau} \qquad (3.27)$$

اس لیے، ρ آزاد الیکٹرانوں کی تعداد فی اکائی حجم n، اور تصادموں کے دوران اوسط وقت τ دونوں کے مقلوب طور پر تابع ہے۔ ہم جب درجہ حرارت میں اضافہ کرتے ہیں، تو الیکٹران، جو کرنٹ بردار کے طور پر کام کرتے ہیں، کی اوسط چال میں اضافہ ہوجاتا ہے، جس کے نتیجے میں تصادم بڑھ جاتے ہیں۔ اس طرح تصادم کا اوسط وقت τ درجہ حرارت کے ساتھ کم ہوتا ہے۔ ایک دھات میں، n، کسی قابل لحاظ حد تک، درجہ حرارت کے تابع نہیں ہے اور اس لیے τ کی قدر میں، درجہ حرارت میں اضافے کے ساتھ، ہونے والی کمی ρ میں اضافہ کر دیتی ہے، جیسا کہ ہم نے مشاہدہ کیا ہے۔ لیکن، حاجزوں اور نیم موصلوں کے لیے n میں، درجہ حرارت میں اضافہ کے ساتھ، اضافہ ہوتا ہے۔ یہ اضافہ مساوات (3.23) میں τ میں ہونے والی کمی کو نہ صرف پورا کر دیتا ہے بلکہ اس کمی سے زیادہ ہوتا ہے۔ اس لیے، ایسے مادوں میں، ρ درجہ حرارت کے ساتھ کم ہوتی ہے۔

مثال 3.3: ایک برقی ٹوسٹر کا حرارتی جز (Heating element) نائیکروم کا بنا ہے۔ جب اس سے ایک ناقابل لحاظ خفیف کرنٹ گذارا جاتا ہے، تو کمرہ درجہ حرارت (27.0°C) پر اس کی مزاحمت کی قدر 75.3Ω حاصل ہوتی ہے۔ جب ٹوسٹر کو ایک 230V سپلائی سے منسلک کر دیا جاتا ہے، تو چند سیکنڈ بعد کرنٹ قائم ہوجاتا ہے اور کرنٹ کی قائم قدر 2.68A ہے۔ نائیکروم سے بنے جز کا قائم درجہ حرارت کیا ہے؟ شامل درجہ حرارت سعت پر اوسط کیے گئے، نائیکروم کی مزاحمت کے درجہ حرارت ضریب کی قدر $1.70\times10^{-4}\ {}^\circ C^{-1}$ ہے۔

حل: جب نائیکروم کے بنے جز سے گذرنے والا کرنٹ بہت خفیف ہے، تو حرارتی اثرات نظر انداز کیے جا سکتے ہیں اور جز کا درجہ حرارت T_1 کمرہ درجہ حرارت کے مساوی مانا جاسکتا ہے۔ جب ٹوسٹر کو سپلائی سے منسلک کر دیا جاتا ہے، تو اس کا آغازی کرنٹ، 2.68A اس کی قائم قدر سے معمولی سا زیادہ ہوگا۔ لیکن کرنٹ کے حرارتی اثر کی وجہ سے، درجہ حرارت میں اضافہ ہوگا۔ اس کی وجہ سے مزاحمت میں اضافہ ہوگا اور کرنٹ میں معمولی سی کمی ہوگی۔ چند سیکنڈ میں، ایک قائم حالت (Steady State) حاصل ہوجائے گی، جب درجہ حرارت میں مزید کوئی اضافہ نہیں ہوگا اور جز کی مزاحمت اور گذرنے والا کرنٹ، دونوں اپنی قائم قدریں حاصل کر لیں گے۔

مثال 3.3

مثال 3.3

قائم درجہ حرارت T_2 پر مزاحمت R_2 ہے:

$$R_2 = \frac{230\ \text{V}}{2.68\ \text{A}} = 85.8\ \Omega$$

مندرجہ ذیلہ رشتہ استعمال کرتے ہوئے:

$$R_2 = R_1\ [1 + (T_2 - T_1)]$$

$\alpha = 1.70 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$ کے ساتھ، ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$T_2 - T_1 = \frac{(85.8 - 75.3)}{(75.3) \times 1.70 \times 10^{-4}} = 820°C$$

یعنی کہ

$$T_2 = (820 + 27.0)\ °C = 847\ °C$$

اس لیے، حرارتی جز کا قائم درجہ حرارت (جب کرنٹ کی وجہ سے پیدا ہونے والے حرارتی اثرات، ماحول میں ضائع ہوئی حرارت کے مساوی ہیں) 847°C ہے۔

مثال 3.4

مثال 3.4: ایک پلاٹنم مزاحمت تھرمامیٹر کے پلاٹنم تار کی مزاحمت، برف نقطہ پر 5Ω ہے اور بھاپ نقطہ پر 5.39Ω ہے۔ جب تھرمامیٹر کو گرم جنتر (Hot bath) میں لگایا جاتا ہے، تو پلاٹنم تار کی مزاحمت 5.795Ω ہے۔ جنتر کے درجہ حرارت کا حساب لگائیے۔

حل: $R_0 = 5\ \Omega$ ، $R_{100} = 5.23\ \Omega$ ، $R_t = 5.795\ \Omega$

اب

$$t = \frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100, \text{ ، } R_t = R_0\,(1 + \alpha\, t)$$

$$= \frac{5.795 - 5}{5.23 - 5} \times 100$$

$$= \frac{0.795}{0.23} \times 100 = 345.65\ °C$$

3.9 برقی توانائی، پاور (Electrical Energy, Power)

ایک موصل لیں، جس کے کناروں کے نقطے A اور B ہیں، اور جس میں A سے B تک کرنٹ I بہہ رہا ہے۔ A اور B پر برقی مضمر، بالترتیب V (A) اور V (B) سے ظاہر کیے جاتے ہیں۔ کیونکہ کرنٹ A سے B کی طرف بہہ رہا ہے، V=V(A)–V(B) اور AB پر مضمر فرق ہے: V = V(A) – V(B) > 0.

وقفہ وقت Δt میں، چارج کی مقدار: $\Delta Q = I\ \Delta t$، A سے B تک گذرتی ہے۔ A پر چارج کی وضعی توانائی، تعریف کے مطابق QV(A) اور اسی طرح B پر QV(B) ہوگی۔ اس لیے، اس کی وضعی توانائی میں تبدیلی ΔU_{Pot} ہے:

2019-20

(آغازی وضعی توانائی)—(اختتامی وضعی توانائی)=

$$= \Delta Q[(V(B) - V(A)] = -\Delta QV$$

$$= -I\,V\Delta t < 0$$

اگر چارج موصل سے بغیر کسی تصادم کے گذر جاتے ہیں' تو ان کی حرکی توانائی بھی تبدیل ہوگی' اس طرح کہ ان کی کل توانائی غیر تبدیل شدہ رہے۔کل توانائی کی بقا سے' پھر اخذ کیا جاسکتا ہے کہ:

$$\Delta K = -\Delta U_{pot} \qquad (3.29)$$

$$\Delta K = I\,V\Delta t > 0 \qquad (3.30)$$

اس لیے' اگر چارج برقی میدان کے عمل پذیر ہونے کے تحت موصل آزادانہ طور پر حرکت کرتے رہے ہوں' تو وہ جیسے جیسے حرکت کرتے جائیں گے ان کی حرکی توانائی میں اضافہ ہوتا جائے گا۔لیکن' ہم پہلے دیکھ چکے ہیں کہ 'اوسطاً' چارج برداروں کی حرکت اسراع پذیر حرکت نہیں ہوتی بلکہ وہ ایک قائم باد آور رفتار کے ساتھ حرکت کرتے ہیں۔ایسا ان کی حرکت کے دوران' آئنوں اور ایٹموں سے ان کے تصادموں کی وجہ سے ہوتا ہے۔تصادموں کے دوران' چارجوں کے ذریعے حاصل کی گئی توانائی ایٹموں میں تقسیم ہوجاتی ہے' ایٹم زیادہ تیزی سے ارتعاش (Vibration) کرنے لگتے ہیں' یعنی کہ' موصل گرم ہوجاتا ہے۔اس لیے' ایک حقیقی موصل میں' توانائی کی ایک مقدار' جس کا موصل میں حرارت کی شکل میں وقفہ وقت میں اسراف (Dissipation) ہوتا ہے:

$$\Delta W = I\,V\Delta t \qquad (3.31)$$

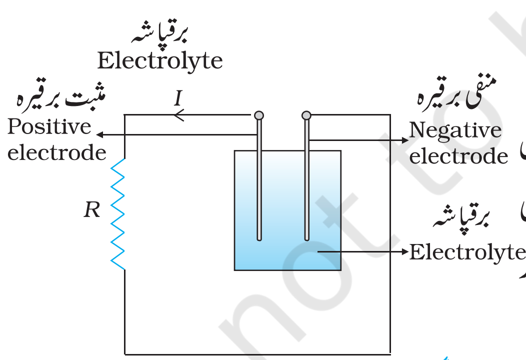
اصراف شدہ توانائی فی اکائی وقت' اسراف شدہ پاور: $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ ہے' اور اب حاصل ہوتا ہے۔

$$P = IV \qquad (3.32)$$

اوم کا قانون استعمال کرتے ہوئے: $V=IR$' ہمیں

$$P = I^2R = V^2/R \qquad (3.33)$$

ایک R مزاحمت کے موصل میں' جس میں سے کرنٹ I گذر رہا ہے' ہونے والے پاور نقصان (اومی نقصان) کے بہ طور ملتا ہے۔یہی وہ پاور ہے جو گرمی پیدا کرتی ہے' مثال کے طور پر ایک برقی بلب کے لچھے (Coil) میں' جس سے ایک بلب تاباں (Incandeccent) ہوجاتا ہے اور حرارت اور روشنی کا اشعاع کرتا ہے۔



شکل 3.12: مزاحمہ R میں' جو کہ ایک سیل کے ٹرمنلوں (Terminals) کے درمیان لگایا گیا ہے' حرارت پیدا ہوتی ہے۔مزاحمہ R میں اسراف پذیر ہونے والی توانائی برقپاشہ کی کیمیائی توانائی سے حاصل ہوتی ہے۔

یہ پاور آتی کہاں سے ہے؟ جیسے کہ ہم پہلے بھی وضاحت کر چکے ہیں کہ ایک موصل میں سے گذرنے والے کرنٹ کی قدر کو قائم رکھنے کے لیے ہمیں ایک باہری وسیلے (External Source) کی ضرورت ہوتی ہے۔ظاہر ہے کہ یہی وسیلہ ہوگا جو یہ پاور مہیا کرے گا۔ایک سیل کے ساتھ دکھائے گئے سادہ سرکٹ (شکل 3.12) میں' یہ سیل کی کیمیائی توانائی ہے جو یہ توانائی

اس وقت تک مہیا کرتا ہے، جب تک کر سکتا ہے۔

پاور کی ریاضیاتی عبارتیں، مساوات (3.32) اور مساوات (3.33)، ایک مزاحمہ R میں، اصراف پذیر ہونے والی پاور کا موصل سے گذرنے والے کرنٹ اور موصل کے سروں کے درمیان وولٹیج پر انحصار ظاہر کرتی ہیں۔

مساوات (3.33) کا پاور کی ترسیل میں ایک اہم استعمال ہے۔ پاور اسٹیشن سے گھروں اور کارخانوں کو، جو پاور اسٹیشن سے سینکڑوں میل دور بھی ہو سکتے ہیں، برقی پاور کی ترسیل، ترسیلی کیبلوں (Transmission Cables) کے ذریعے کی جاتی ہے۔ ظاہر ہے کہ ہم چاہیں گے کہ پاور اسٹیشن کو گھروں کارخانوں سے جوڑنے والے ترسیلی کیبلوں میں پاور کا زیاں کم سے کم ہو۔ اب ہم یہ دیکھیں گے کہ ایسا کیسے کیا جاتا ہے۔ ایک آلہ R لیجیے، جسے ترسیلی کیبلوں کے ذریعے پاور P مہیا کی جاتی ہے۔ کیبلوں کی مزاحمت R_c ہے جو پاور کا اسراف کرتی ہے۔ اگر R کے سروں کے درمیان وولٹیج V ہے اور اس میں سے گذرنے والا کرنٹ I ہے، تو

$$P=VI \quad (3.3.4)$$

پاور اسٹیشن سے آلہ R کو منسلک کرنے والے تاروں کی ایک معین مزاحمت ہوگی، جو فرض کیا R_c ہے۔ منسلک کرنے والے تاروں میں اسراف پذیر ہوئی پاور، جو کہ ضائع ہو جاتی ہے P_C ہے، جب کہ

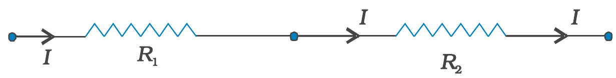
$$= \frac{P^2 R_c}{V^2} \quad (3.35)$$

(مساوات 3.32 سے)

اس لیے، پاور P کے ایک آلہ کو چلانے کے لیے، منسلک کرنے والے تاروں میں اسراف پذیر ہونے والی پاور، V^2 مقلوب متناسب ہے۔ پاور اسٹیشن سے آلہ تک ترسیلی کیبل، سینکڑوں میل لمبے ہوتے ہیں اور ان کی مزاحمت قابل لحاظ ہوتی ہے۔ P_c کو کم کرنے کے لیے، یہ تار V کی بہت بڑی قدروں پر کرنٹ لے جاتے ہیں اور یہی وجہ ہے کہ ترسیلی لائنوں پر زیادہ وولٹیج کی خطرے کی علامت بنی ہوتی ہے، جو ایک زیادہ آبادی کے علاقے سے گذرتے ہوئے، ہمیں اکثر نظر آتی ہے۔ اتنی بڑی وولٹیج کی قدروں پر بجلی کو استعمال کرنا محفوظ نہیں ہے، اس لیے دوسرے سرے پر ایک آلہ لگا ہوتا ہے جو ٹرانسفارمر کہلاتا ہے اور یہ آلہ وولٹیج کو استعمال کے لیے مناسب قدروں تک کم کر دیتا ہے۔

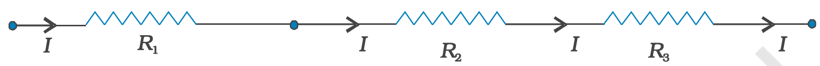
3.10 مزاحموں کا اجتماع — سلسلہ وار اور متوازی
(Combination of Resistors – Series and Parallel)

ایک مزاحمہ R میں سے گذرنے والا کرنٹ I جب کہ اس کے سروں کے درمیان مضمر فرق V ہو، اوم کے قانون کے ذریعے دیا جاتا ہے۔ اکثر مزاحموں کو ایک ساتھ جوڑا جاتا ہے اور مزاحموں کے اس اجتماع کی معادل مزاحمت کا حساب لگانے کے کچھ سادہ قاعدے ہیں۔



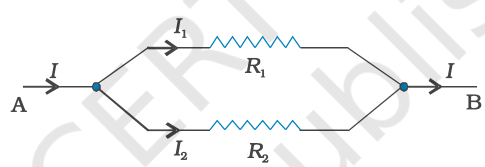
شکل3.13 دومزاحموں، R_1 اور R_2 ،کا سلسلہ وار اجتماع

دومزاحمے ،ایک سلسلے (Series) میں کہلاتے ہیں'اگران کا صرف ایک آخری سرا ہی جوڑا جائے (شکل 3.13) اگردونوں کے سلسلہ وار اجتماع کے ساتھ ایک تیسرے مزاحمے کا بھی ایک سرا جوڑا جائے ،تو یہ تینوں مزاحمے سلسلے میں کہلائیں گے۔ہم سلسلہ وار اجتماع کی اس تعریف کی توسیع مزاحموں کی کسی بھی تعداد کے اجتماع کے لیے کر سکتے ہیں۔



شکل3.14: تین مزاحموں R_1 ، R_2 ، R_3 کا سلسلہ وار اجتماع

دو یا دو سے زیادہ مزاحمے ،اس وقت متوازی کہلاتے ہیں ،جب تمام مزاحموں کا ایک سرا ایک ساتھ جوڑ دیا جائے ،اوراسی طرح دوسرے سرے بھی ایک ساتھ جوڑ دیئے جائیں (شکل 3.15)۔



شکل3.15: دومزاحمے' R_1 اور R_2 'متوازی طرز میں جوڑے گئے ہیں۔

دومزاحمے R_1 اور R_2 لیجیے جوسلسلہ وار جڑے ہوئے ہیں۔ R_1 میں سے جو چارج باہر نکلے گا' وہ لازمی طور پر R_2 میں داخل ہوگا۔کیونکہ کرنٹ' چارج کے بہنے کی شرح کی پیائش کرتا ہے'اس کا مطلب ہوا کہ R_1 اور R_2 دونوں سے یکساں کرنٹ I بہہ رہا ہے۔اوم کے قانون سے

R_1 کے سروں کے درمیان مضمر فرق $= V_1 = I R_1$

اور

R_2 کے سروں کے درمیان مضمر فرق $= V_2 = I R_2$

اجتماع کے سروں کے درمیان مضمر فرق V ہے: V_1+V_2 ' اس لیے:

$$V = V_1 + V_2 = I (R_1 + R_2) \tag{3.36}$$

س لیے'اگر اجتماع کی معادل مزاحمت R_{eq} ہے'تو اوم کے قانون سے

$$R_{eq} \equiv \frac{V}{I} = (R_1 + R_2) \tag{3.37}$$

اگر ہمارے پاس تین مزاحمے ہوں: R_1 ، R_2 ، R_3 اور تینوں سلسلہ وار جڑے ہوں' تو

$$V = I R_1 + I R_2 + I R_3 = I (R_1 + R_2 + R_3) \tag{3.38}$$

ظاہر ہے، ہم اس کی توسیع، کسی بھی عدد n کے، سلسلہ وار اجتماع کے لیے کر سکتے ہیں۔ معادل مزاحمت R_{eq} ہے:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n \qquad (3.39)$$

اب دو مزاحموں کا متوازی طرز کا اجتماع لیں (شکل 3.15)۔ بائیں طرف سے A پر جو چارج داخل ہوتا ہے وہ جزوی طور پر R_1 میں اور جزوی طور پر R_2 میں باہر بہتا ہے۔ شکل میں دکھائے گئے کرنٹ I, I_1, I_2 نشان دہی کیے گئے نقاط پر چارجوں کے بہنے کی شرح ہے۔ اس لیے:

(3.40)

A اور B کے درمیان مضمر فرق، اوم کے قانون کے ذریعے دیا جاتا ہے R_1 پر اس کا اطلاق کرنے سے:

$$V = I_1 R_1 \qquad (3.41)$$

پر اوم کا قانون کا اطلاق کرنے سے

$$V = I_2 R_2 \qquad (3.42)$$

$$\therefore I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad (3.43)$$

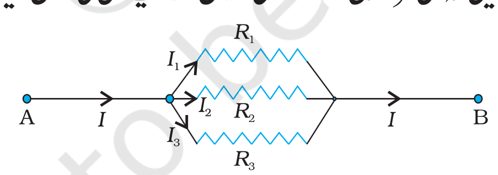
اگر اجتماع کو ایک معادل مزاحمت R_{eq} سے بدل دیا جائے، تو ہمارے پاس ہوگا، اوم کے قانون سے:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \qquad (3.44)$$

اس لیے

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad (3.45)$$

ہم بہ آسانی دیکھ سکتے ہیں کہ تین مزاحموں کے متوازی اجتماع کے لیے اس کی توسیع کیسے کی جاسکتی ہے (شکل 3.16)۔



شکل 3.16: تین مزاحموں، R_1، R_2، R_3 کا متوازی اجتماع

بالکل پہلے کی طرح ہی

(3.46)

اور R_1، R_2 اور R_3 کے لیے اوم کا قانون استعمال کرنے پر،

$$V = I_1 R_1, \; V = I_2 R_2, \; V = I_3 R_3 \qquad (3.47)$$

اس طرح

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \qquad (3.48)$$

ایک معادل مزاحمت R_{eq}، جو اجتماع کی جگہ لے سکے، ہوگی، اس طرح کہ:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \qquad (3.49)$$

اور اس لیے

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad (3.50)$$

ہم اسی طرح، متوازی طرز میں جڑے مزاحموں کی کسی بھی تعداد n کے لیے، جواز پیش کرسکتے ہیں۔ اس لیے اگر n مزاحمے: متوازی طرز میں جوڑے گئے ہیں تو،

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n} \qquad (3.51)$$

معادل مزاحمتوں کے یہ فارمولے، زیادہ پیچیدہ سرکٹوں میں کرنٹ اور وولٹیج معلوم کرنے کے لیے، استعمال کیے جاسکتے ہیں۔ مثال کے طور پر، شکل 3.17 میں دکھایا گیا سرکٹ لیجیے، جس میں تین مزاحمے R_1، R_2 اور R_3 ہیں۔ R_2 اور R_3 ایک دوسرے سے متوازی طرز میں جڑے ہوئے ہیں، اس لیے ہم انھیں، نقطہ B اور نقطہ C کے درمیان، ایک معادل مزاحمت R^{23}_{eq} سے تبدیل کرسکتے ہیں۔

$$\frac{1}{R^{23}_{eq}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

یا

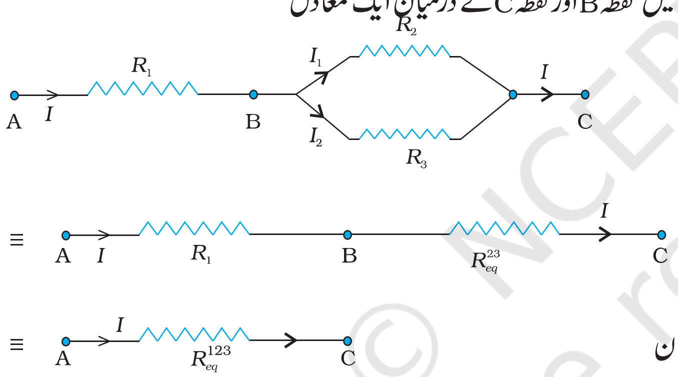
$$R^{23}_{eq} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \qquad (3.52)$$

اب سرکٹ میں R^{23}_{eq} اور R_1 سلسلہ وار جڑے ہوئے ہیں، اس لیے ان کے اجتماع کو ایک معادل مزاحمت R^{123}_{eq} سے تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

$$R^{123}_{eq} = R^{23}_{eq} + R_1 \qquad (3.53)$$

اگر R اور C کے درمیان وولٹیج V ہے، تو کرنٹ I دیا جاتا ہے:

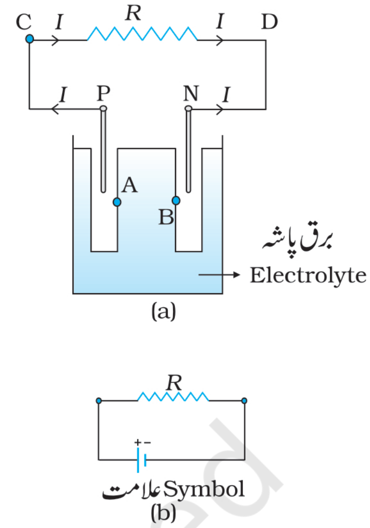
$$I = \frac{V}{R^{123}_{eq}} = \frac{V}{R_1 + \left[R_2 R_3 / (R_2 + R_3)\right]} = \frac{V(R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \qquad (3.54)$$



شکل 3.17: تین مزاحموں R_1، R_2 اور R_3 کا اجتماع۔ R_2 اور R_3 آپس میں متوازی طرز سے جڑے ہیں اور ان کی معادل مزاحمت R^{23}_{eq} ہے۔ R_1 اور R^{23}_{eq} سلسلہ وار جڑے ہیں اور ان کی معادل مزاحمت R^{123}_{eq} ہے۔

3.11 سیل، ای ایم ایف، اندرونی مزاحمت
(CELLS, EMF, INTERNAL RESISTANCE)

ہم پہلے ہی ذکر کر چکے ہیں کہ ایک برقی سرکٹ میں قائم کرنٹ برقرار رکھنے کا ایک سادہ آلہ برق پاشیدہ سیل (electrolytric cell) ہے۔ بنیادی طور پر، ایک سیل دو برقیرے ہوتے ہیں جو مثبت (P) اور



شکل 3.18: (a) ایک برق پاشیدہ سیل کا خاکہ، جس میں مثبت ٹرمنل P اور منفی ٹرمنل N ہے۔ برقیروں کے درمیانی فاصلے کو وضاحت کی خاطر بڑھا کر دکھایا گیا ہے۔ A اور B' برق پاشہ میں وہ نقطے ہیں جو مخصوص طور پر P اور N کے نزدیک ہیں۔ (b) ایک سیل کے لیے علامت، +، P برقیرے کے لیے ہے اور — 'N کے لیے — سیل سے برقی کنکشن P اور N پر کیے جاتے ہیں۔

منفی (N) برقیرے (electrodes) کہلاتے ہیں' جیسا کہ شکل 3.18 میں دکھایا گیا ہے۔ وہ ایک برق پاشیدہ محلول (electrolytric solution) میں ڈبائے گئے ہیں۔ محلول میں ڈوبنے پر' برقیرے' برق پاشیدہ محلول سے چارجوں کا آپسی تبادلہ کرتے ہیں۔ خود مثبت برقیرہ' اور اس کے بالکل نزدیک برق پاشیدہ محلول' جس کی نقطہ A سے شکل میں نشاندہی کی گئی ہے، کے مابین مضمر فرق $(V_+ > 0)$ V_+ ہے۔ اسی طرح منفی برقیرہ پر اس کے نزدیک برق پاشیدہ محلول، جس کی نقطہ B سے شکل میں نشاندہی کی گئی ہے، کی مناسبت سے منفی مضمر فرق $(-V_-)$ پیدا ہوجاتا ہے $(V_- \geq 0)$– جب کوئی کرنٹ نہیں بہہ رہا ہوتا تو پورے برق پاشیدہ محلول میں ہر جگہ یکساں مضمر ہوتا ہے۔ اس طرح' P اور N کے درمیان مضمر فرق ہے: $V_+ - (-V_-) = V_+ + V_-$ ' یہ فرق سیل کی برق محرک قوت (electromotive force) (ای ایم ایف emf) کہلاتا ہے اور اسے سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس لیے:

$$\varepsilon = V_+ + V_- > 0 \quad (3.55)$$

نوٹ کریں کہ دراصل قوت نہیں بلکہ مضمر فرق ہے۔ لیکن نام emf تاریخی اسباب کی بنا پر استعمال ہوتا ہے اور اس وقت دیا گیا تھا جب مظہر مناسب طور پر سمجھا نہیں جا سکا تھا۔

کی اہمیت کو سمجھنے کے لیے' ایک مزاحمہ R لیں جو ایک سیل کے برقیروں کے ساتھ جڑا ہوا ہے (شکل 3.18)۔ R سے' C سے D تک' ایک کرنٹ I بہتا ہے۔ جیسا کہ پہلے وضاحت کی جا چکی ہے، ایک قائم کرنٹ اس لیے برقرار رہتا ہے کیونکہ کرنٹ N سے P تک برق پاشیدہ محلول سے ہوکر گذرتا ہے۔ ظاہر ہے کہ برق پاشیدہ محلول میں سے یکساں کرنٹ بہتا ہے لیکن N سے P تک' جب کہ R میں سے وہی کرنٹ P سے N تک بہتا ہے۔

برق پاشیدہ محلول' جس میں سے کرنٹ گذرتا ہے' اس کی ایک معین مزاحمت r ہوتی ہے' جسے اندرونی مزاحمت (Internal resistance) کہتے ہیں۔ پہلے وہ صورت لیں' جس میں R لامتناہی ہے۔

اس طرح' $I = V/R = 0$ جہاں V' P اور N کے مابین مضمر فرق ہے۔ اب

اور A کے درمیان مضمر فرق $V =$

A اور B کے درمیان

B اور N کے درمیان مضمر فرق

$$= \varepsilon \quad (3.56)$$

اس لیے' emf' ε ' ایک کھلے سرکٹ میں' یعنی کہ جب سیل سے کوئی کرنٹ نہیں بہہ رہا ہو' مثبت اور منفی برقیروں کے مابین مضمر فرق ہے۔

لیکن اگر R متناہی ہو' I صفر نہیں ہوگا۔ اس صورت میں، P اور N کے مابین مضمر فرق ہے۔

$$V = V_{+} + V_{-} - Ir$$

$$= \varepsilon - Ir \qquad (3.57)$$

A اور B کے مضمر فرق کے لیے دی گئی ریاضیاتی عبارت میں' Ir کے ساتھ منفی علامت نوٹ کریں۔ یہ اس لیے ہے کیونکہ برق پاشیدہ محلول میں کرنٹ B سے A کی جانب بہتا ہے۔

بادلوں میں چارج

قدیم دور میں بجلی کے کڑکنے (یا گرنے) کو فضا میں چمکنے والا فوق الفطرت مظہر سمجھا جاتا تھا۔ یہ سمجھا جاتا تھا کہ یہ خدا کا ایک مہلک ہتھیار ہے۔ لیکن آج بجلی کڑکنے کے مظہر کی طبعیات کے بنیادی اصولوں کے ذریعے سائنسی توضیح کی جاسکتی ہے۔

فضائی برق (Atmospheric electricity) چارجوں کے علیحدہ ہونے کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے۔ آیونیہ کرہ اور مقناطیسیہ کرہ (Megnetosphre) میں شمسی — ارضی (Solar–Terrestrial) باہم عمل (Interaction) سے طاقت ور برقی کرنٹ پیدا ہوتا ہے۔ نچلی فضا (Lower atmosphere) میں یہ کرنٹ کمزور ہوتا ہے اور طوفان برق و باراں کے ذریعے برقرار رہتا ہے۔

بادلوں میں برف کے ذرات ہوتے ہیں جو نمو پذیر ہوتے ہیں، تصادم کرتے ہیں' شکستہ ہوتے ہیں اور ٹوٹتے ہیں۔ مقابلتاً چھوٹے ذرات مثبت چارج حاصل کرلیتے ہیں اور مقابلتاً بڑے ذرات منفی چارج شدہ ہوجاتے ہیں۔ یہ چارج شدہ ذرات' بادلوں میں اوپری باد آوری اور مادی کشش کی وجہ سے علاحدہ ہوجاتے ہیں۔ بادلوں کا اوپری حصہ مثبت چارج شدہ ہوجاتا ہے اور درمیانی حصہ منفی چارج شدہ ہوجاتا ہے، جس سے کہ ایک دو قطبی ساخت بن جاتی ہے۔ کبھی کبھی بادل کی اساس کے نزدیک ایک بہت کمزور مثبت چارج پایا جاتا ہے۔ طوفان برق و باراں کے تشکیل پاتے وقت زمین مثبت چارج شدہ ہوتی ہے۔ اور آفاقی (Cosmic) اور تابکار شعاعیں ہوا کی مثبت اور منفی آئنوں میں آئن سازی کردیتی ہیں اور ہوا (کمزور طور پر) برقی ایصالی ہوجاتی ہے۔ چارجوں کی علیحدگی، بادل کے اندر اور بادل اور زمین کے درمیان برقی مضمر کی بہت بڑی مقدار پیدا کردیتی ہے۔ یہ مقدار کئی دس لاکھ وولٹ ہوسکتی ہے اور آخر کار ہوا میں برقی مزاحمت کا زور ٹوٹ جاتا ہے اور بجلی چمکنا شروع کردیتی ہے اور ہزاروں امپیر کرنٹ بہنے لگتا ہے۔ برقی میدان کی قدر 10^5 V/m کے درجہ کی ہوتی ہے۔ بجلی کی ایک چمک ضربوں (Strokes) کے ایک سلسلے پر مشتمل ہوتی ہے، جن کی اوسط تعداد چار کے قریب ہوتی ہے اور ہر چمک کا وقفہ تقریباً 30 سکنڈ ہوتا ہے۔ اوسط از حد پاور فی ضرب تقریباً 10^{12} واٹ ہوتی ہے۔

خوشگوار موسم کے دوران بھی فضا میں چارج ہوتا ہے۔ خوشگوار موسم میں برقی میدان، زمین پر سطحی چارج کثافت اور ایک فضائی ایصالیت کی موجودگی کی وجہ سے اور ساتھ ہی ساتھ کرہ سے سطح زمین تک کرنٹ کے بہنے کی وجہ سے' جو پیکو امپیر فی مربع میٹر کے درجہ کا ہوتا ہے' پیدا ہوتا ہے۔ زمین پر سطحی چارج کثافت منفی ہوتی ہے' اس لیے برقی میدان کی سمت نیچے کی جانب ہوتی ہے۔ خشکی پر' اوسط برقی میدان' تقریباً 120v/m ہوتا ہے جو -1.2×10^{-9} C/m^2 سطحی چارج کثافت سے مطابقت رکھتا ہے۔ زمین کی پوری سطح پر' کل منفی چارج کی قدر تقریباً 600kC ہوتی ہے۔ اسی کے مساوی مثبت چارج فضا میں پایا جاتا ہے۔ یہ برقی میدان روزمرہ کی زندگی میں محسوس نہیں ہوتا۔ اس کے محسوس نہ ہونے کی وجہ یہ ہے کہ تقریباً ہر چیز' جس میں ہمارا جسم بھی شامل ہے' ہوا کے مقابلے میں موصل ہے۔

عملی تحسیب میں، سرکٹ میں سیلوں کی اندرونی مزاحمت کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے، جب کرنٹ I ایسا ہو کہ ۔
ایک سیل کی اندرونی مزاحمت کی قدر، ایک دوسرے سیل سے مختلف ہوتی ہے۔ سوکھے سیلوں (Dry cells) کی اندرونی مزاحمت، عام برق پاشیدہ سیل سے بہت زیادہ ہوتی ہے۔

ہم یہ بھی دیکھ سکتے ہیں کہ کیونکہ V، R کے سروں کے درمیان مضمر فرق ہے، اوم کے قانون سے:

$$V=IR \quad (3.58)$$

مساوات (3.57) اور مساوات (3.58) سے

$$IR = \varepsilon - Ir$$

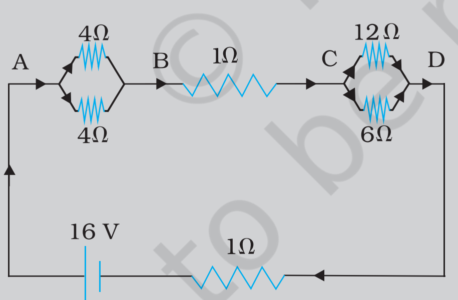
یا

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \quad (3.59)$$

ایک سیل سے کرنٹ کی جواز حد قدر حاصل کی جاسکتی ہے، وہ R=O کے لیے ہوگی۔ یہ قدر ہے: $I_{max} = \varepsilon/r$، لیکن زیادہ تر سیلوں سے زیادہ سے زیادہ کرنٹ حاصل کرنے کی اجازت شدہ قدر، اس سے بہت کم ہوتی ہے۔ ایسا سیل کو مستقل طور پر نقصان پہنچنے سے بچانے کے لیے کیا جاتا ہے۔

مثال 3.5

مثال 35: مزاحموں کا ایک نیٹ ورک (Net Work) ایک 16V کی بیٹری سے منسلک کیا گیا ہے۔ بیٹری کی اندرونی مزاحمت 1Ω ہے، جیسا کہ شکل 3.19 میں دکھایا گیا ہے۔ (a) نیٹ ورک کی معادل مزاحمت کا حساب لگائیے۔ (b) ہر مزاحمہ میں کرنٹ کی قدر معلوم کیجیے (c) وولٹیج ڈراپ V_{AB}، V_{BC} اور V_{CD} معلوم کیجیے۔



شکل **3.19**

حل:

(a) نیٹ ورک، مزاحموں کا سلسلہ وار اور متوازی سادہ اجتماع ہے۔ پہلے، 4Ω مزاحمت والے دو مزاحمے متوازی طرز میں جڑے ہیں اور مساوی ہیں ایک مزاحمے کے، جس کی مزاحمت ہے

$$= [(4 \times 4)/(4+4)]\ \Omega = 2\ \Omega$$

اسی طرح، 12 Ω اور 6 Ω کے مزاحمے بھی متوازی طرز میں جڑے ہیں اور معادل ہیں۔

$$[(12 \times 6)/(12+6)]\ \Omega = 4\ \Omega$$

کے مزاحمے کے۔

نیٹ ورک کی معادل مزاحمت R، ان مزاحموں Ω 2 اور Ω 4 کو Ω 1 کے ساتھ سلسلہ وار جوڑنے پر حاصل ہوگی۔ یعنی کہ:

$$R = 2\,\Omega + 4\Omega + 1\Omega = 7\Omega$$

(b) سرکٹ میں کل کرنٹ I ہے:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{16\,V}{(7+1)\,\Omega} = 2\,A$$

A اور B کے درمیان مزاحموں کو لیجیے۔ اگر Ω 4 والے مزاحموں میں سے ایک میں کرنٹ I_1 اور دوسرے میں I_2 ہے، تو $I_1 \times 4 = I_2 \times 4$

یعنی کہ، $I_1 = I_2$، جو ویسے بھی دونوں بازؤں کے تشاکل سے واضح ہے۔ لیکن، $I_1 + I_2 = I = 2\ A$، اس لیے

$$I_1 = I_2 = 1A$$

یعنی کہ ہر 4Ω مزاحمہ میں کرنٹ 1A ہے۔ B اور C کے درمیان 1Ω کے مزاحمے میں کرنٹ 2A ہوگا۔

اب C اور D کے درمیان مزاحمتوں کو لیجیے۔ اگر 12Ω مزاحمہ میں کرنٹ I_3 ہے اور 6Ω مزاحمہ میں I_4 ہے

$$I_3 \times 12 = I_4 \times 6$$

یعنی

$$I_4 = 2I_3$$

لیکن، $I_3 + I_4 = I = 2\ A$،

اس لیے $I_3 = \left(\frac{2}{3}\right) A,\ I_4 = \left(\frac{4}{3}\right) A$

یعنی کہ 12Ω، مزاحمے میں کرنٹ $\left(\frac{2}{3}\right)$ A ہوگا، جب کہ 6Ω مزاحمے میں کرنٹ، $\left(\frac{4}{3}\right)$ A ہوگا۔

(c) AB پر وولٹیج ڈراپ ہے:

$$V_{AB} = I_1 \times 4 = 1\ A \times 4\ \Omega = 4\ \Omega$$

اسے A اور B کے درمیان کل کرنٹ کو A اور B کے درمیان معادل مزاحمت سے ضرب کر کے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔

یعنی کہ

$$V_{AB} = 2\ A \times 2\ \Omega = 4\ V$$

BC پر وولٹیج ڈراپ ہے: $V_{BC} = 2\ A \times 1\ \Omega = 2\ V$

آخر میں، CD پر وولٹیج ڈراپ ہے $V_{CD} = 12\ \Omega \times I_3 = 12\ \Omega \times \left(\frac{2}{3}\right) A = 8V$

مثال 3.5

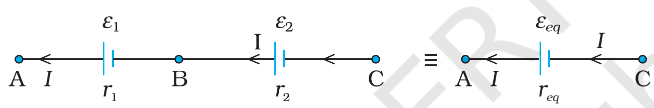
اسے متبادل طریقے سے‘ C اور D کے درمیان کل کرنٹ کو‘ C اور D کے درمیان معادل مزاحمت سے ضرب کرکے‘ بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔ یعنی کہ

$$V_{CD} = 2\ A \times 4\ \Omega = 8\ V$$

نوٹ کریں کہ AD پر کل وولٹیج ڈراپ ہے: 4V+2V+8V=14V جب کہ اس کی emf‘ 16V ہے۔ وولٹیج کا اس نقصان (= 2 V) کا حساب بیٹری کی اندرونی مزاحمت کے ذریعے لگایا جاسکتا ہے۔
[2 A×1Ω=2V]

3.12 سلسلہ وار اور متوازی طرز میں سیل
(Cells in Series and in Parallel)

مزاحموں کی طرح‘ ایک برقی سرکٹ میں‘ سیل کا بھی اجتماع کیا جاسکتا ہے۔ اور مزاحموں کی طرح‘ ایک سرکٹ میں کرنٹ اور وولٹیج کے حساب لگانے کے لیے‘ ہم اس اجتماع کو ایک معادل سیل سے بدل سکتے ہیں۔



شکل 3.20: ε_1 اور ε_2 emf‘ کے دو سیل‘ سلسلہ وار جوڑے گئے ہیں۔ r_1 اور r_2 ان کی اندرونی مزاحمتیں ہیں۔ A اور C کے درمیان جوڑنے کے لیے‘ اس اجتماع کو ε_{eq} emf‘ اور r_{eq} اندرونی مزاحمت کا ایک سیل مانا جاسکتا ہے۔

پہلے ایسے دو سیل لیجیے جو سلسلہ وار جڑے ہوئے ہیں، (شکل 3.20)‘ میں دونوں سیلوں کا ایک ایک سرا آپس میں جوڑا گیا ہے‘ اور دونوں سیلوں میں دوسرا سرا آزاد ہے۔ دونوں سیلوں کی emf‘ بالترتیب ε_1 اور ε_2 ہیں اور ان کی اندرونی مزاحمتیں r_1 اور r_2 ہیں اور (بالترتیب)

فرض کیجیے کہ شکل 3.20 میں دکھائے گئے نقاط A‘ B اور C پر مضمر بالترتیب، V_A ، V_B، اور V_C ہیں۔ تب، پہلے سیل کے مثبت اور منفی ٹرمنلوں کے درمیان مضمر فرق $(V_A - V_B)$ ہے۔ ہم مساوات (3.57) میں پہلے ہی اس کا حساب لگا چکے ہیں۔ اس لیے:

$$V_{AB} \equiv V(A) - V(B) = \varepsilon_1 - I r_1 \quad (3.60)$$

$$V_{BC} \equiv V(B) - V(C) = \varepsilon_2 - I r_2 \quad (3.61)$$

اس لیے اجتماع کے ٹرمنل A اور C کے درمیان مضمر فرق ہے

$$V_{AC} \equiv V(A) - V(C) = \lfloor V(A) - V(B) \rfloor + \lfloor V(B) - V(C) \rfloor$$

$$= (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - I(r_1 + r_2) \quad (3.62)$$

اگر ہم اجتماع کو A اور C کے درمیان ایک واحد سیل سے بدلنا چاہیں، جس کی emf‘ ε_{eq} اور اندرونی مزاحمت r_{eq} ہو‘ تو

ہمارے پاس ہوگا:

$$V_{AC} = \varepsilon_{eq} - Ir_{eq} \quad (3.63)$$

آخری دونوں مساواتوں کا مقابلہ کرنے پر، حاصل ہوتا ہے۔

$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (3.64)$$

اور

$$r_{eq} = r_1 + r_2 \quad (3.65)$$

شکل (3.20) میں ہم نے پہلے سیل کا منفی برقیرہ دوسرے سیل کے مثبت برقیرہ سے جوڑا ہے۔ اگر اس کی جگہ ہم دونوں منفی برقیروں کو جوڑ دیں، تو مساوات (3.61) تبدیل ہو جائے گی:

اور ہمیں حاصل ہوگا

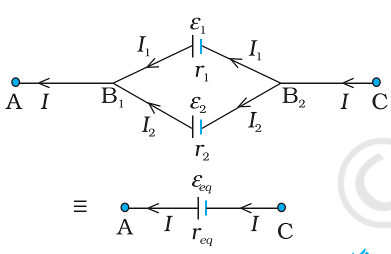
$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (3.66)$$

سلسلہ وار اجتماع کے قاعدوں کی توسیع، سیلوں کی کسی بھی تعداد کے لیے کی جا سکتی ہے۔

(i) n سیلوں کے سلسلہ وار اجتماع کی معادل emf، ان کی انفرادی emfs کا حاصل جمع ہوتی ہے اور

(ii) n سیلوں کے سلسلہ وار اجتماع کی معادل مزاحمت، ان کی انفرادی مزاحمتوں کا حاصل جمع ہوتی ہے۔

ایسا؛ تب ہوتا ہے، جب کرنٹ ہر سیل سے مثبت برقیرہ سے باہر نکلتا ہے۔ اگر اجتماع میں، کسی سیل میں کرنٹ، منفی برقیرہ سے باہر نکلتا ہے تو ε_{eq} کی ریاضیاتی عبارت میں اس سیل کی emf منفی علامت کے ساتھ لکھی جاتی ہے، جیسا مساوات (3.66) میں کیا گیا ہے۔



شکل 3.21: متوازی طرز میں جڑے ہوئے دو سیل — A اور C کے درمیان جوڑنے کے لیے اجتماع کو emf، ε_{eq} اور اندرونی مزاحمت r_{eq} کے ایک سیل سے تبدیل کیا جا سکتا ہے ε_{eq} اور r_{eq} کی قدریں مساوات (3.79) اور (3.74) سے دی جاتی ہیں۔

اب، سیلوں کا ایک متوازی طرز میں جوڑا گیا اجتماع لیجیے (شکل 3.21) — I_1 اور I_2 وہ کرنٹ ہیں، جو سیلوں کے مثبت برقیروں سے نکل رہے ہیں — نقطہ B_1 پر I_1 اور I_2 اندر کی طرف بہتے ہیں اور کرنٹ I باہر کی سمت میں بہتا ہے۔ کیوں کہ جتنا چارج اندر بہتا ہے، اتنا ہی باہر بہتا ہے، اس لیے

$$I = I_1 + I_2 \quad (3.67)$$

فرض کیجیے کہ B_1 اور B_2 پر مضمر، بالترتیب، $V(B_1)$ اور $V(B_2)$ ہیں۔ تب، پہلے سیل کے ٹرمنلوں کے درمیان مضمر فرق: $[V(B_1) - (B_2)]$ ہے۔ اس لیے مساوات (3.57) سے

$$V \equiv V(B_1) - V(B_2) = \varepsilon_1 - I_1 r_1 \quad (3.68)$$

نقاط B_1 اور B_2 بالکل اسی طرح، دوسرے سیل سے بھی منسلک ہیں۔ اس لیے دوسرے سیل میں بھی،

$$V \equiv V(B_1) - V(B_2) = \varepsilon_2 - I_2 r_2 \quad (3.69)$$

آخری تینوں مساواتوں (3.67, 3.68, 3.69) سے

$$I = I_1 + I_2$$

$$= \frac{\varepsilon_1 - V}{r_1} + \frac{\varepsilon_2 - V}{r_2} = \left(\frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2}\right) - V\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \quad (3.70)$$

اس لیے V دیا جاتا ہے

$$V = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} - I\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad (3.71)$$

اگر ہم B_1 اور B_2 کے درمیان لگائے گئے اجتماع کو ایک واحد سیل سے بدلنا چاہیں، جس کی emf، ε_{eq} اور اندرونی مزاحمت r_{eq} ہو، تو ہمارے پاس ہوگا!

$$V = \varepsilon_{eq} - Ir_{eq} \quad (3.72)$$

آخری دونوں مساواتیں یکساں ہونا چاہئیں۔اس لیے

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} \quad (3.73)$$

$$r_{eq} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad (3.74)$$

ہم ان مساواتوں (3.73,3.74) کو سادہ شکل میں اس طرح لکھ سکتے ہیں!

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad (3.75)$$

$$\frac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2} \quad (3.76)$$

شکل (3.21) میں ہم نے مثبت ٹرمنلوں کو ایک ساتھ جوڑا ہے اور اسی طرح دونوں منفی ٹرمنلوں کو ایک ساتھ جوڑا ہے، اس طرح کرنٹ I_1 اور I_2 مثبت ٹرمنلوں سے باہر بہتے ہیں۔اگر دوسرے سیل کا منفی ٹرمنل پہلے سیل کے مثبت ٹرمنل سے جوڑا جائے تو، مساوات (3.75) اور مساوات (3.76) پھر بھی درست ہوں گی اگر $\varepsilon_2 \rightarrow -\varepsilon_2$ سے بدل دیا جائے۔

مساوات (3.75) اور مساوات (3.76) کی بہ آسانی n سیلوں کے لیے توسیع کی جاسکتی ہے۔اگر ہمارے پاس n سیل ہیں، جن کی emfs، $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots \varepsilon_n$ ہیں اور اندرونی مزاحمتیں، بالترتیب، $r_1, r_2, \dots r_n$ ہیں۔یہ اجتماع ایک ایسے واحد سیل کے معادل ہے، جس کی emf، ε_{eq} اور اندرونی مزاحمت r_{eq} ہیں،

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \dots + \frac{1}{r_n} \quad (3.77)$$

$$\frac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \dots + \frac{\varepsilon_n}{r_n} \quad (3.78)$$

Gustav Robert Kirchhoff (1824 – 1887) گوستاؤ روبرٹ کرچوف

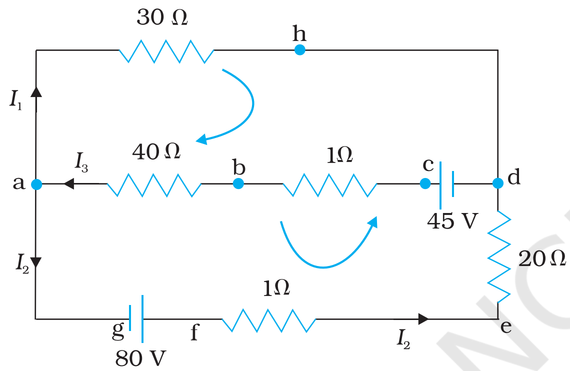
گوستاؤ روبرٹ کرچوف
(Gustav Robert Kirchhoff)
(1824—1877)

جرمن ماہر طبیعات، ہائیڈلبرگ اور برلن میں رہے پروفیسر۔خاص طور پر طیف پیمائی (Spectroscopy) میں اپنے کام کے لیے جانے جاتے ہیں۔انھوں نے ریاضیاتی۔طبیعات (Mathematical Physics) میں بھی اہم کام کیا۔ان کے اہم کاموں میں سرکٹ کے ان کے پہلے اور دوسرے قاعدے بھی شامل ہیں۔

3.13 کرچوف کے قاعدے (Kirchoff's Rules)

برقی سرکٹ، عام طور پر، آپس میں پیچیدہ طور پر جڑے ہوئے کئی مزاحموں اور سیلوں پر مشتمل ہوتے ہیں۔ ہم نے اب تک جو سلسلے وار اور متوازی طرزوں میں جڑے ہوئے اجتماع کے لیے فارمولے مشتق کیے ہیں، وہ اکثر، سرکٹ میں تمام کرنٹ اور مضمر فرق کو معلوم کرنے کے لیے کافی نہیں ہوتے ــــ دو قاعدے، جو ''کرچوف کے قاعدے'' کہلاتے ہیں، برقی سرکٹوں کا تجزیہ کرنے کے لیے بہت کارآمد ہوتے ہیں۔

اگر ایک سرکٹ دیا ہوا ہو تو ہم پہلے ہر مزاحمے میں سے گذر رہے کرنٹ کو، ایک علامت، فرض کیا I سے لیبل کرتے ہیں اور ایک سمتی تیر کے نشان سے نشان دہی کرتے ہیں کہ مزاحمہ میں کرنٹ کس سمت میں بہہ رہا ہے۔ اگر آخر میں معلوم ہوتا ہے کہ کرنٹ مثبت ہے، مزاحمہ میں سے بہنے والا اصل کرنٹ تیر کے نشان کی سمت میں ہے۔ اگر یہ منفی آتا ہے تو اصل کرنٹ تیر کے نشان کی مخالف سمت میں بہہ رہا ہے۔ اسی طرح، ہر وسیلے (یعنی کہ سیل یا برقی پاور کا کوئی اور وسیلہ) کے مثبت اور منفی برقیرے بھی لیبل کیے جاتے ہیں اور سیل سے بہہ رہے کرنٹ کی علامت کے ساتھ سمتی تیر کے نشان بھی لگائے جاتے ہیں۔ اس سے ہمیں مثبت ٹرمنل P اور منفی ٹرمنل N کے درمیان مضمر فرق:



شکل 3.22: جنکشن a پر، باہر نکلنے والا کرنٹ I_1+I_2 ہے اور داخل ہونے والا کرنٹ ہے۔ جنکشن قاعدے کے مطابق: $I_3=I_1+I_2$ نقطہ h پر داخل ہونے والا کرنٹ I_1 ہے۔ نقطہ h سے باہر نکلنے والا ایک ہی کرنٹ ہے، اور جنکشن قاعدے کے مطابق، یہ بھی I_1 ہوگا۔ حلقوں (loops) 'ahdcba' اور 'ahdefga' کے لیے حلقہ قاعدوں کے مطابق:
$-30I_1+21\ I_2-80=0$ اور $-30I_1-41\ I_3+45=0$

(مساوات 3.57) معلوم ہو سکے گا۔ یہاں I وہ کرنٹ ہے جو سیل سے N سے P تک گذر رہا ہے۔ اگر ہم سیل سے گذر رہے کرنٹ کو I لیبل کرتے ہوئے، P سے N تک جاتے ہیں، تو بلاشبہ

$$V = \varepsilon + Ir \quad (3.79)$$

لیبل کرنے کی وضاحت کے بعد، اب ہم قاعدے اور ان کا ثبوت بیان کرتے ہیں:

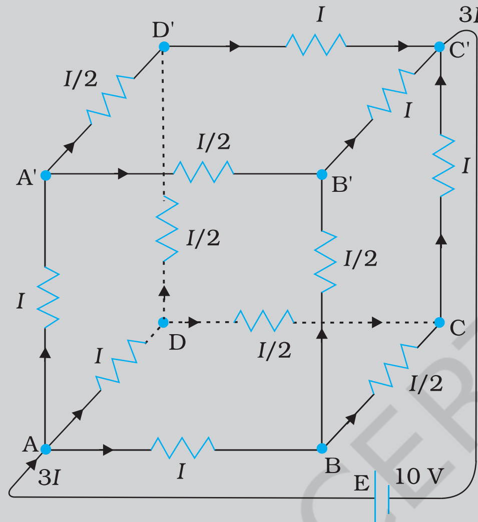
(a) جنکشن قاعدہ: کسی بھی جنکشن پر، جنکشن میں داخل ہونے والے کرنٹوں کا حاصل جمع، جنکشن سے باہر نکل رہے کرنٹوں کے حاصل جمع کے مساوی ہوتا ہے (شکل (3.22))۔ اگر ہم کئی لائنوں کے جنکشن کی جگہ ایک لائن پر ایک نقطہ لیں، تب بھی اس کا اطلاق ایسے ہی ہوتا ہے۔

اس قاعدے کا ثبوت یہ حقیقت ہے کہ جب کرنٹ، قائم (steady) کرنٹ ہوتا ہے تو کسی جنکشن یا لائن کے کسی نقطہ پر کوئی چارج اکٹھا نہیں ہوتا۔ اس لیے اندر داخل ہونے والا کل کرنٹ (جو وہ شرح ہے، جس سے چارج جنکشن میں داخل ہوتے ہیں) لازمی ہے کہ باہر نکلنے والے کل کرنٹ کے مساوی ہو۔

(b) حلقہ قاعدہ: کسی بھی بند حلقہ (Closed loop) کے گرد، جس میں مزاحمے اور سیل شامل ہوں، مضمر کی تبدیلیوں کا الجبرائی حاصل جمع صفر ہے (شکل 3.22)۔ یہ قاعدہ بھی واضح ہے، کیونکہ برقی مضمر، نقطہ کے مقام کے تابع

ہے۔اس لیے کسی بھی نقطہ سے شروع کرتے ہوئے'اگر ہم اسی نقطے پر واپس آجاتے ہیں'تو کل تبدیلی صفر ہونا لازمی ہے۔ایک بند حلقہ میں ہم اسی نقطہ پر واپس آتے ہیں'اس لیے یہ قاعدہ حاصل ہوتا ہے۔

مثال 3.6:ایک 10V اور نا قابل لحاظ اندرونی مزاحمت کی بیٹری'12 مزاحموں پر مشتمل'جن میں سے ہر ایک کی مزاحمت 1Ω ہے'ایک مکعب نما نیٹ ورک کے مخالف کونوں سے وتری (Diagonally) شکل میں جوڑی گئی ہے (شکل 3.23)۔ نیٹ ورک کی معادل مزاحمت معلوم کیجیے اور مکعب کے ہر کنارے سے گذرنے والا کرنٹ معلوم کیجیے۔



شکل 3.23

حل:نیٹ ورک کو مزاحموں کے سادہ سلسلے وار اور متوازی اجتماع میں نہیں تحلیل کیا جا سکتا۔لیکن'مسئلہ میں ایک واضح تشاکل پایا جاتا ہے'جسے استعمال کر کے ہم نیٹ ورک کی معادل مزاحمت معلوم کر سکتے ہیں۔

راستے AA'، AD اور AB'نیٹ ورک میں متشاکل ہیں۔اس لیے'ہر ایک میں کرنٹ مساوی ہوگا'مان لیا I وہ کرنٹ ہے۔مزید'کونوں A'، B اور D پر'اندر آرہے کرنٹ I کو دو باہر جارہی شاخوں میں مساوی طور پر تقسیم ہونا چاہیے۔اس طریقے سے'ہم مکعب کے 12 کناروں میں سے ہر ایک میں گذر رہے کرنٹ کو بہ آسانی'I کی شکل میں لکھ سکتے ہیں'جس کے لیے ہم کرچوف کے پہلے قاعدے اور مسئلہ کے تشاکل کو استعمال کرتے ہیں۔

اب ایک بند حلقہ لیجیے'فرض کیا ABCC'EA اور کرچوف کا دوسرا قاعدہ لگائیے۔

$$-IR - (1/2)IR - IR + \varepsilon = 0$$

جہاں R'ہر کنارے کی مزاحمت ہے اور ε'بیٹری کی emf ہے۔اس لیے:

$$\varepsilon = \frac{5}{2} I R$$

نیٹ ورک کی معادل مزاحمت R_{eq} ہے۔

$$R_{eq} = \frac{\varepsilon}{3I} = \frac{5}{6} R$$

مثال 3.6

مثال 3.6

$R = 1\Omega$ کے لیے، $R_{eq} = \frac{5}{6}\Omega$ اور $\varepsilon = 10v$ کے لیے نیٹ ورک میں کل کرنٹ (3I) ہے۔

$$3I = 10\ V/(5/6)\ \Omega = 12\ A$$

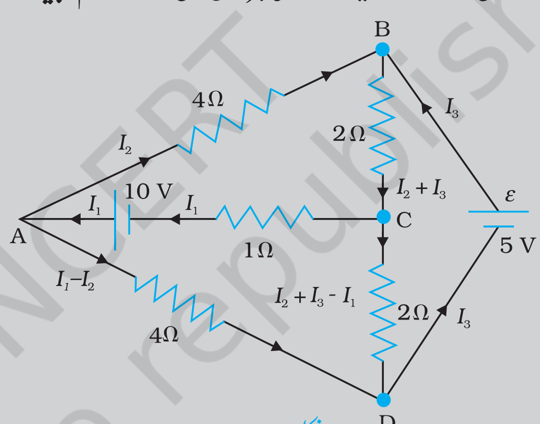
یعنی کہ

I=4A

یہ نوٹ کریں کہ نیٹ ورک کے تشاکل کی وجہ سے، کرچوف کے قاعدوں کی اصل اہمیت، اس مثال میں، واضح نہیں ہوئی ہے۔ایک عمومی نیٹ ورک میں، تشاکل کی وجہ سے ہونے والی آسانی مہیا نہیں ہوگی، اور ہم صرف جنکشنوں اور بند حلقوں پر کرچوف کے قاعدوں کا اطلاق کر کے ہی مسئلہ حل کر سکیں گے (ہمیں جنکشنوں اور حلقوں کی اتنی تعداد لینی ہوگی جتنی مسئلہ میں شامل غیر معلوم قدریں ہوں گی)۔یہ مثال 3.7 سے واضح ہو جائے گا۔

مثال 3.7

مثال 3.7:شکل 3.24 میں دکھائے گئے نیٹ ورک کی ہر شاخ میں کرنٹ معلوم کیجیے۔



شکل 3.24

حل:نیٹ ورک کی ہر شاخ میں ایک نامعلوم کرنٹ مان لیا گیا ہے، جس کی قدر کرچوف کے قاعدوں کی مدد سے معلوم کی جائے گی۔شروع میں ہی غیر معلوم متغیرات کی تعداد کم کرنے کے لیے، ہر جنکشن پر کرچوف کا قاعدہ استعمال کرتے ہیں۔اس طرح ہمیں ہر شاخ میں کرنٹ، تین نامعلوم قدروں: I_1، I_2 اور I_3 کی شکل میں معلوم ہو جاتا ہے۔یہ تینوں نامعلوم قدریں، تین مختلف بند حلقوں کے لیے کرچوف کے دوسرے قانون کو استعمال کر کے معلوم کی جا سکتی ہیں۔بند حلقہ ADCA کے لیے، کرچوف کے دوسرے قانون سے

$$10 - 4(I_1 - I_2) + 2(I_2 + I_3 - I_1) - I_1 = 0$$

یعنی کہ

$$7I_1 - 6I_2 - 2I_3 = 10 \quad (3.80(a))$$

بند حلقہ ABCA کے لیے

$$10 - 4I_2 - 2(I_2 + I_3) - I_1 = 0$$

یعنی کہ

$$I_1 + 6I_2 + 2I_3 = 10 \quad (3.80(b))$$

بند حلقہ BCDEB کے لیے،

$$5 - 2(I_2 + I_3) - 2(I_2 + I_3 - I_1) = 0$$

یعنی کہ

$$2I_1 - 4I_2 - 4I_3 = -5 \quad (3.80(c))$$

مساواتیں (3.80,a,b,c) تین متغیرات میں تین ہم وقتی مساواتیں (Simultaneous Equations) ہیں۔ یہ عام طریقے سے حل کی جاسکتی ہیں۔ ان سے حاصل ہوتا ہے:

$$I_1 = 2.5\text{A}, \quad I_2 = \frac{5}{8}\text{A}, \quad I_3 = 1\frac{7}{8}\ \text{A}$$

نیٹ ورک کی مختلف شاخوں میں کرنٹ ہیں:

$$\text{AB}: \frac{5}{8}\text{A}, \quad \text{CA}: 2\frac{1}{2}\ \text{A}, \quad \text{DEB}: 1\frac{7}{8}\ \text{A}$$

$$\text{AD}: 1\frac{7}{8}\ \text{A}, \quad \text{CD}: 0\ \text{A}, \quad \text{BC}: 2\frac{1}{2}\ \text{A}$$

یہ تصدیق بہ آسانی کی جاسکتی ہے کہ اگر باقی بچے بند حلقوں میں کرچوف کا دوسرا قانون استعمال کیا جائے تو کوئی مزید غیر تابع مساوات نہیں حاصل ہوتی — یعنی کہ، کرنٹوں کی مندرجہ بالا قدریں، نیٹ ورک کے ہر بند حلقے کے لیے کرچوف کے دوسرے قاعدے کو مطمئن کرتی ہیں۔ مثلاً، بند حلقہ BADEB پر کل وولٹیج ڈراپ:

$$5\ \text{V} + \left(\frac{5}{8} \times 4\right)\text{V} - \left(\frac{15}{8} \times 4\right)\text{V}$$

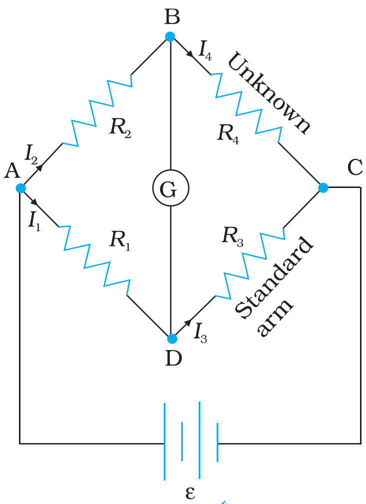
صفر کے مساوی ہے، جیسا کہ کرچوف کے دوسرے قاعدے کے مطابق بھی ہے۔

مثال 3.7

3.14 وہیٹ اسٹون برج (Wheatstone Bridge)

کرچوف کے قاعدوں کے ایک استعمال کی مثال کے طور پر، شکل 3.25 میں دکھایا گیا سرکٹ دیکھیے، جو وہیٹ اسٹون برج کہلاتا ہے۔ برج میں چار مزاحمے، R_1، R_2، R_3 اور R_4 ہوتے ہیں۔ وتری طور پر مخالف (Diagonally opposite) نقاط کے ایک جوڑے (شکل میں A اور C) کے درمیان وسیلہ منسلک کیا جاتا ہے۔ یہ (یعنی کہ AC) بیٹری بازو کہلاتا ہے۔ باقی بچی دو راسوں، B اور D کے درمیان ایک گیلوونومیٹر G (جو کرنٹ کی موجودگی شناخت کرنے کا آلہ ہے) منسلک کیا جاتا ہے۔ یہ خط، جسے شکل میں BD سے دکھایا گیا ہے، گیلوونومیٹر بازو کہلاتی ہے۔

آسانی کے لیے، ہم مان لیتے ہیں کہ سیل کی کوئی اندرونی مزاحمت نہیں ہے۔ عمومی صورت میں، ہر مزاحمے اور ساتھ ہی ساتھ گلوونومیٹر G میں سے کرنٹ بہے گا۔ ہماری مخصوص دلچسپی کی صورت ایک متوازن برج ہے، جس میں مزاحمے اس طور پر



شکل 3.25

ہوتے ہیں کہ گلوونومیٹر میں سے گذرنے والا کرنٹ I_g ، $I_g = 0$ ہوتا ہے۔ہم بہ آسانی توازن شرط حاصل کر سکتے ہیں،اس طرح کہ G میں سے کوئی کرنٹ نہ گذرے۔اس صورت میں، جنکشن D اور جنکشن B (شکل دیکھیے) پر کرچوف کے جنکشن قاعدہ کا اطلاق کرنے سے، ہمیں فوراً ہی یہ رشتے حاصل ہوتے ہیں: $I_1 = I_3$ اور $I_2 = I_4$، اس کے بعد،ہم بند حلقوں ADBA اور CBDC پر کرچوف کے حلقہ قاعدے کا اطلاق کرتے ہیں۔ پہلے حلقہ سے:

$$-I_1R_1 + 0 + I_2R_2 = 0 \qquad (I_g = 0) \tag{3.81}$$

$I_3 = I_1$ اور $I_4 = I_2$ استعمال کرنے پر، دوسرے حلقہ سے:

$$I_2R_4 + 0 - I_1R_3 = 0 \tag{3.82}$$

مساوات (3.81) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

جب کہ مساوات (3.82) سے حاصل ہوتا ہے:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

اس لیے، ہمیں شرط حاصل ہوتی ہے:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} \tag{3.83(a)}$$

یہ چاروں مزاحموں میں رشتہ مہیا کرنے والی آخری مساوات، گیلوونومیٹر کے لیے صفر یا نل انفراج (Deflection) دینے کی، توازن شرط (Balance Condition) کہلاتی ہے۔

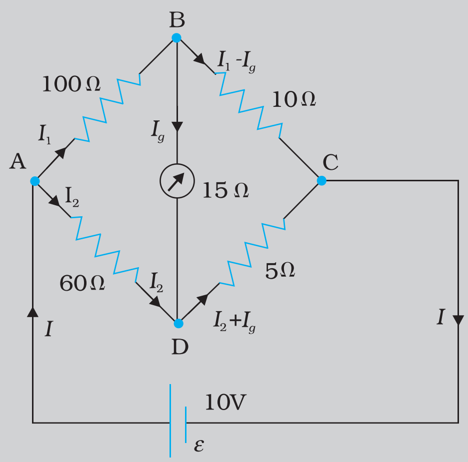
وہیٹ اسٹون برج اور اس کی توازن شرط، ایک نامعلوم مزاحمت معلوم کرنے کا ایک عملی طریقہ فراہم کرتے ہیں۔ فرض کیجیے ہمارے پاس ایک نامعلوم مزاحمت ہے، جسے ہم چوتھے بازو میں لگاتے ہیں، اس طرح R_4 غیر معلوم ہے۔برج کے پہلے اور دوسرے بازو میں معلوم مزاحمتیں R_1 اور R_2 رکھتے ہوئے، ہم R_3 کو اس وقت تک تبدیل کرتے رہتے ہیں جب تک کہ گیلوونومیٹر صفر انفراج دکھاتا ہے۔اب برج متوازن ہے اور توازن شرط سے نامعلوم مزاحمت R_4 کی قدر دی جاتی ہے:

$$R_4 = R_3\frac{R_2}{R_1}$$

ایک تجرباتی آلہ جس میں یہ اصول استعمال ہوتا ہے میٹر برج کہلاتا ہے ہم اسے اگلے حصے میں بیان کریں گے۔

مثال 3.8: ایک وہیٹ اسٹون برج (شکل 3.26) کے چاروں بازوؤں میں مندرجہ ذیل مزاحمتیں ہیں:

AB = 100Ω, BC = 10Ω, CD = 5Ω, DA = 60Ω



شکل 3.26

15Ω مزاحمت کا ایک گیلوونومیٹر BD سے منسلک کیا گیا ہے۔ جب AC پر 10V کا برقی مضمر فرق برقرار رکھا جاتا ہے تو گلوونومیٹر میں سے گذرنے والا کرنٹ کتنا ہوگا؟ حساب لگایئے۔

حل: بند حلقہ BADB میں،

$$100I_1 + 15I_g - 60I_2 = 0$$

یا

$$20I_1 + 3I_g - 12I_2 = 0 \quad (3.84 (a))$$

بند حلقہ BCDB میں،

$$10(I_1 - I_g) - 15I_g - 5(I_2 + I_g) = 0$$

$$10I_1 - 30I_g - 5I_2 = 0$$

$$2I_1 - 6I_g - I_2 = 0 \quad (3.84 (b))$$

بند حلقہ ADCEA میں

$$60I_2 + 5(I_2 + I_g) = 10$$

$$65I_2 + 5I_g = 10$$

$$13I_2 + I_g = 2 \quad (3.84 (c))$$

مساوات (3.84 (b)) کو 10 سے ضرب کرنے پر

$$20I_1 - 60I_g - 10I_2 = 0 \quad (3.84 (d))$$

مساوات (3.84 (d)) اور مساوات (3.84(a)) سے

مثال 3.8

مثال 3.8

$$63I_g - 2I_2 = 0$$

$$I_2 = 31.5I_g \quad (3.84(e))$$

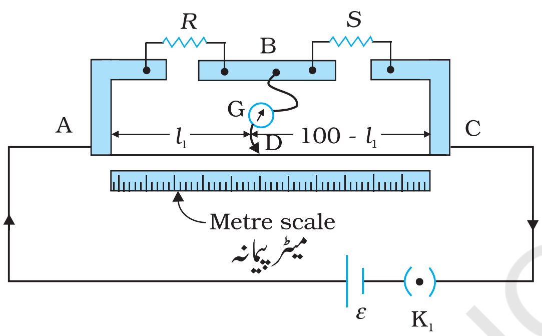
I_2 کی قدر (3.84(c)) میں رکھنے پر

$$13\,(31.5I_g) + I_g = 2$$

$$410.5\ I_g = 2$$

$$I_g = 4.87\ \text{mA}$$

3.15 میٹر برج (Meter Bridge)



شکل 3.27: ایک میٹر برج — تار AC، 1 میٹر لمبا ہے۔ R وہ مزاحمت ہے، جس کی پیمائش کی جاتی ہے اور S ایک معیاری مزاحمت ہے۔

میٹر برج شکل (3.27) میں دکھایا گیا ہے۔ یہ ہموار تراشی رقبہ کے ایک میٹر ملبے تار پر مشتمل ہوتا ہے۔ تار کو کھینچ کر اچھی طرح سے دو دھاتی پٹیوں کے بیچ تان دیا جاتا ہے۔ دھاتی پٹیاں قائم زاویے پر مڑی ہوتی ہیں، جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ دھاتی پٹی میں دو خالی جگہیں ہوتی ہیں، جن میں مزاحموں کو جوڑا جا سکتا ہے۔ کنارے کے نقطے، جہاں تار جڑا ہوتا ہے، ایک کُنجی (key) کے ذریعے سیل سے جڑے ہوتے ہیں۔ گیلوونومیٹر کا ایک سرا، دونوں خالی جگہوں کے درمیان، دھاتی پٹی سے منسلک کر دیا جاتا ہے۔ گیلوونومیٹر کا دوسرا سرا جوکی (Jockey) سے منسلک کر دیا جاتا ہے۔ جوکی اصل میں ایک دھاتی چھڑ ہوتی ہے، جس کے ایک سرے پر چاقو دھار (Knife edge) ہوتی ہے، جو تار کے اوپر پھسل سکتی ہے اور برقی تعلق قائم کر سکتی ہے۔

R ایک نامعلوم مزاحمت ہے، جس کی قدر ہم معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ اسے ایک خالی جگہ کے درمیان لگا دیا جاتا ہے۔ دوسری خالی جگہ میں ہم ایک معیاری معلوم مزاحمت S لگاتے ہیں۔

جوکی کو تار پر کسی نقطہ D پر جوڑا جاتا ہے، جو سرے A سے l cm کے فاصلے پر ہے۔ جوکی کو تار پر حرکت کرائی جا سکتی ہے۔ تار کے حصہ AD کی مزاحمت l R_{cm} ہوگی جہاں R_{cm} تار کی مزاحمت فی اکائی سنٹی میٹر ہے۔ اسی طرح، تار کے حصہ CD کی مزاحمت $(100-l)\,R_{cm}$ ہوگی۔

چار بازو: AB، BC، DA اور CD (جن کی بالترتیب مزاحمتیں: R، S، $l\,R_{cm}$، $(100-l)\,R_{cm}$ ہیں) ایک وہیٹ اسٹون برج تشکیل دیتے ہیں، جس کا بیٹری بازو AC اور گیلوونومیٹر بازو BD ہے۔ اگر جوکی کو تار پر حرکت دی جاتی ہے، تو ایک مقام ایسا ہوگا، جس پر گلوونومیٹر کوئی کرنٹ نہیں دکھائے گا۔ فرض کیجیے کہ توازن نقطہ پر، جوکی کا سرے A سے فاصلہ: $l = l_1$ ہے۔ اس لیے توازن نقطہ پر برج کی چار مزاحمتیں ہیں: [R، S، $l_1\,R_{cm}$، $(100-l_1)\,R_{cm}$]۔ توازن شرط، مساوات (3.83(a)) سے:

$$\frac{R}{S}=\frac{R_{cm}\,l_1}{R_{cm}\left(100-l_1\right)}=\frac{l_1}{100-l_1} \qquad (3.85)$$

اس لیے جب ہم l_1 معلوم کر لیتے ہیں، تو نامعلوم مزاحمت R، معلوم معیاری مزاحمت S کی شکل میں مندرجہ ذیل رشتے سے معلوم ہو جاتی ہے:

$$R=S\,\frac{l_1}{100-l_1} \qquad (3.86)$$

s کی مختلف قدروں کو منتخب کرنے پر ہمیں l_1 کی مختلف قدریں حاصل ہوں گی اور ہم ہر بار R کی قدر کی تحسیب کر سکتے ہیں۔ l_1 کی پیمائش میں ہونے والا سہو، ظاہر ہے کہ R کی پیمائش میں سہو کے طور پر ظاہر ہوگا۔ یہ دکھایا جا سکتا ہے کہ R میں فی صد سہو کو کم ترین کیا جا سکتا ہے اگر نقطہ توازن کو برج کے وسط میں، یعنی کہ جب l_1، 50cm کے نزدیک ہو، حاصل کیا جائے۔ (جس کے لیے S کا ایک مناسب انتخاب درکار رہوگا)

مثال 3.9: ایک میٹر برج میں (شکل 3.27)، نل نقطہ A سے 33.7cm کے فاصلے پر ملتا ہے۔ اب اگر ایک 12Ω کی مزاحمت S سے متوازی طرز میں جوڑ دی جائے، تو نل نقطہ 51.9cm کے فاصلے پر ملتا ہے۔ R اور S کی قدریں معلوم کیجیے۔

حل: پہلے توازن نقطہ سے

$$\frac{R}{S}=\frac{33.7}{66.3} \qquad (3.87)$$

جب S کے ساتھ ایک 10Ω کی مزاحمت متوازی طرز میں جوڑ دی جاتی ہے، تو اس خالی جگہ میں منسلک مزاحمت S سے S_{eq} میں تبدیل ہو جاتی ہے، جہاں

$$S_{eq}=\frac{12S}{S+12}$$

اور اس لیے اب نئی توازن شرط سے

$$\frac{51.9}{48.1}=\frac{R}{S_{eq}}=\frac{R\left(S+12\right)}{12\,S} \qquad (3.88)$$

مساوات (3.87) سے R/S کی قدر رکھنے پر

$$\frac{51.9}{48.1}=\frac{S+12}{12}\cdot\frac{33.7}{66.3}$$

یا

$$S = 13.5\Omega$$

مساوات (3.87) میں S کی یہ قدر رکھنے پر

$$R = 6.86\ \Omega$$

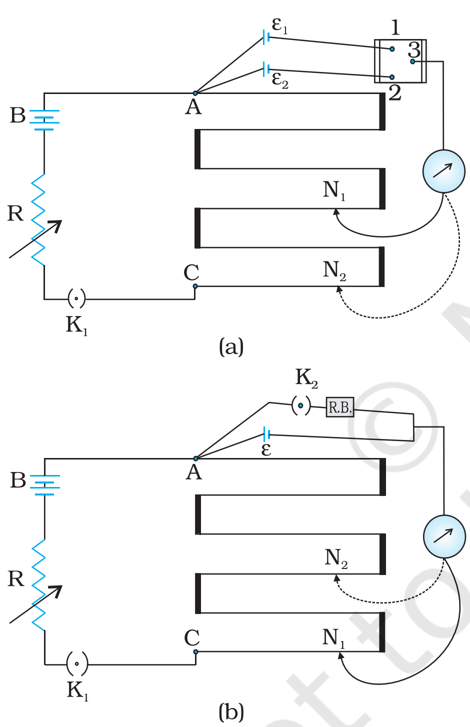
مثال 3.9

3.16 پوٹینشیو میٹر (Potentiometer)

یہ ایک ایسا آلہ ہے جو کئی کاموں کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ بنیادی طور پر یہ ہموار تار کا ایک لمبا ٹکڑا ہوتا ہے، جس کی لمبائی اکثر کچھ میٹر ہوتی ہے۔ اور اس کے سروں کے درمیان ایک معیاری سیل جوڑا جاتا ہے۔ عملی ڈیزائن میں اکثر تار کو کچھ ٹکڑوں میں کاٹ لیا جاتا ہے اور انھیں آگے پیچھے رکھا جاتا ہے اور ان کے سروں کو موٹی دھاتی پٹی سے جوڑ دیا جاتا ہے (شکل 3.28)۔ شکل میں تار A سے C تک ہے۔ چھوٹے عمودی حصے موٹی دھاتی پٹیاں ہیں جن سے تار کے مختلف حصے جڑے ہیں۔

تار میں سے ایک کرنٹ I بہتا ہے، جسے سرکٹ میں لگے ہوئے ایک متغیرہ مزاحمت (ریوسٹیٹ Rheostat) کے ذریعے تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ کیونکہ تار ہموار ہے، اس لیے A اور A سے l فاصلہ پر کسی نقطہ کے درمیان مضمر فرق ہے:

$$\varepsilon(l)=\phi l \qquad (3.89)$$



شکل 3.28 ایک پوٹینشیو میٹر، G ایک گلوونومیٹر ہے اور R ایک متغیرہ مزاحمت (ریوسٹیٹ Rheostat)۔ 1,2,3 ایک دو طرفہ کنجی کے ٹرمنل ہیں۔
(a) دو سیلوں کی emfs کا مقابلہ کرنے کے لیے سرکٹ

جہاں ϕ مضمر گراوٹ فی اکائی لمبائی ہے۔

شکل 3.28(a) میں، پوٹینشیو میٹر کا استعمال، دو سیلوں کی emf، ε_1 اور ε_2 کا مقابلہ کرنے کے لیے، دکھایا گیا ہے۔ 1,2,3 سے نشان زد کیے گئے نقاط دو طرفہ کنجی (Two way key) تشکیل دیتے ہیں۔ پہلے کنجی کی وہ صورت لیں، جس میں 1 اور 3 جڑے ہیں، اس طرح کہ گیلوونومیٹر ε_1 سے جڑا ہے۔ جوکی کو تار پر حرکت کرائی جاتی ہے، یہاں تک کہ A سے l_1 فاصلہ پر ایک ایسا نقطہ N_1 حاصل ہوتا ہے، جس پر گیلوونومیٹر میں کوئی انحراف نہیں ہے۔ ہم بند حلقے میں کرچوف کا بند حلقہ قاعدہ استعمال کرسکتے ہیں اور حاصل ہوتا ہے:

$$\phi\, l_1 + 0 - \varepsilon_1 = 0 \qquad (3.90)$$

اسی طرح، اگر دوسری emf ε_2، l_2 (AN_2) کے خلاف متوازن ہوتی ہے:

$$\phi\, l_2 + 0 - \varepsilon_2 = 0 \qquad (3.91)$$

آخری دونوں مساواتوں سے

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}=\frac{l_1}{l_2} \qquad (3.92)$$

اس طرح یہ سادہ میکانزم ہمیں دو سیلوں کی emfs کا مقابلہ کرنے دیتا ہے۔ عملی صورت میں، ایک سیل کو معیاری سیل کے بہ طور منتخب کیا جاتا ہے، جس کی emf مقابلتاً زیادہ درستگی/صحت کے ساتھ معلوم ہوتی ہے۔ پھر دوسرے سیل کی emf، مساوات (3.92) کے ذریعے بہ آسانی تحسیب کی جاسکتی ہے۔

ہم پوٹینشیو میٹر کا استعمال ایک سیل کی اندرونی مزاحمت معلوم کرنے کے لیے بھی کرسکتے ہیں (شکل 3.28 (b))۔ اس کے لیے وہ سیل ε (emf) جس کی اندرونی مزاحمت (r) معلوم کرنا ہے، ایک کنجی K_2 کے

ساتھ ایک مزاحمت ڈبہ کے سروں کے درمیان لگایا جاتا ہے، جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ جب کنجی K_2 کھلی ہوتی ہے تو توازن لمبائی (AN_1) l_1 پر حاصل ہوتا ہے۔ اب

$$\varepsilon = \phi\, l_1 \qquad (3.93(a))$$

جب کنجی بند ہوتی ہے تو سیل ایک کرنٹ (I)، مزاحمت بکس R سے بھیجتا ہے۔ اگر V سیل کے ٹرمنلوں کے درمیان مضمر فرق ہے اور توازن لمبائی l_2 (AN_2) پر حاصل ہوتا ہے:

$$V = \phi l_2 \qquad (3.93(b))$$

اب، ہمیں حاصل ہوتا ہے:

93.94(a))

لیکن $\varepsilon = I(r+R), V = IR$

اس سے حاصل ہوتا ہے۔

$$\varepsilon/V = (r+R)/R$$

$$(R+r)/R = \frac{l_1}{l_2} \qquad (3.94(b))$$

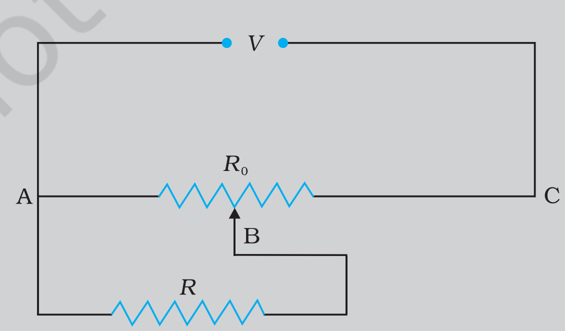
مساوات (3.94(a)) اور مساوات (b) 3.94 سے

$$r = R\left(\frac{l_1}{l_2} - 1\right) \qquad (3.95)$$

مساوات (3.95) استعمال کرکے، ہم ایک سیل کی اندرونی مزاحمت معلوم کر سکتے ہیں۔

پوٹینشیو میٹر کا ایک بڑا فائدہ یہ ہے کہ جس وسیلے کی اندرونی مزاحمت معلوم کی جاتی ہے، یہ اس سے کوئی کرنٹ نہیں کھینچتا۔ اور اس طرح یہ سیل کی اندرونی مزاحمت سے غیر متاثر رہتا ہے۔

مثال 3.10 ایک RΩ کی مزاحمت پوٹینشیو میٹر سے کرنٹ کھینچتی ہے۔ پوٹینشیو میٹر کی کل مزاحمت $R_0\Omega$ ہے (شکل 3.29)۔ پوٹینشیو میٹر کو ایک وولٹیج V مہیا کی جاتی ہے۔ جب پھسلنے والا تماس پوٹینشیو میٹر کے وسط میں ہے، اس R کے سروں کے درمیان وولٹیج کے لیے ریاضیاتی عبارت مشتق کیجیے۔



شکل 3.29

مثال 3.10

2019-20

حل: جب پھسلنے والی جوکی پوٹینشیو میٹر کے وسط میں ہے تو A اور B نقاط کے درمیان اس کی صرف نصف مزاحمت $(R_0/2)$ ہوگی۔ اس لیے A اور B کے درمیان کل مزاحمت، فرض کیا R_1، مندرجہ ذیل ریاضیاتی عبارت سے دی جائے گی:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{(R_0/2)}$$

$$R_1 = \frac{R_0 R}{R_0 + 2R}$$

A اور C کے درمیان کل مزاحمت، A اور B کے درمیان مزاحمت اور B اور C کے درمیان مزاحمت کا حاصل جمع ہوگی، یعنی کہ $R_1 + R_0/2$، پوٹینشیو میٹر سے بہنے والا کرنٹ ہوگا

$$I = \frac{V}{R_1 + R_0/2} = \frac{2V}{2R_1 + R_0}$$

پوٹینشیو میٹر سے لی گئی وولٹیج V_1، کرنٹ I اور مزاحمت R_1 کا حاصل ضرب ہوگی۔

$$V_1 = IR_1 = \left(\frac{2V}{2R_1 + R_0}\right) \times R_1$$

R_1 کی قدر رکھنے پر،

$$V_1 = \frac{2V}{2\left(\frac{R_0 \times R}{R_0 + 2R}\right) + R_0} \times \frac{R_0 \times R}{R_0 + 2R}$$

$$V_1 = \frac{2VR}{2R + R_0 + 2R}$$

$$V_1 = \frac{2VR}{R_0 + 4R}$$

مثال 3.10

خلاصہ

1۔ ایک موصل کے دیے ہوئے رقبے سے گذرنے والا کرنٹ، اس رقبہ سے فی اکائی وقت گذرنے والا کل چارج ہے۔

2۔ ایک قائم کرنٹ برقرار رکھنے کے لیے ہمارے پاس ایک بند سرکٹ ہونا چاہیے، جس میں ایک باہری ایجنسی برقی چارج کو مقابلتاً کم وضعی توانائی سے مقابلتاً زیادہ وضعی توانائی کی طرف حرکت دیتی ہے۔ وسیلہ کے ذریعے، چارج کو مقابلتاً کم وضعی توانائی سے مقابلتاً زیادہ وضعی توانائی کی طرف لے جانے میں (یعنی کہ وسیلے کے ایک ٹرمنل سے دوسرے ٹرمنل تک لے جانے میں) کیا گیا کام فی اکائی چارج وسیلے کی برقی محرک قوت، یا emf، کہلاتی ہے۔ نوٹ کریں کہ emf ایک قوت نہیں ہے؛ یہ کھلے سرکٹ میں ایک وسیلہ کے ٹرمنلوں کے درمیان مضمر فرق ہے۔

3۔ اوم کا قانون: اک مادی شئے سے بہنے والا برقی کرنٹ I‘ اس شئے کے سروں کے درمیان وولٹیج V کے راست متناسب ہے‘ یعنی کہ $V \propto I$ یا $V = IR$ جہاں R اس مادی شئے کی مزاحمت کہلاتی ہے۔

مزاحمت کی اکائی اوم ہے: $1\Omega = 1VA^{-1}$

4۔ ایک موصل کی مزاحمت R‘ اس کی لمبائی l اور تراشی رقبہ A کے‘ اس رشتہ کے مطابق‘ تابع ہے:

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

جہاں ρ‘ جو مزاحمیت (نوعی مزاحمت) کہلاتی ہے‘ مادی شئے کی خاصیت ہے اور درجہ حرارت اور دباؤ کے تابع ہے۔

5۔ اشیا کی برقی مزاحمتیں ایک بڑی سعت پر پھیلی ہوئی ہیں۔ دھاتوں کی مزاحمیت مقابلتاً کم درجے کی ہوتی ہے، اس کی سعت $10^{-8}\ \Omega m$ سے $10^{-6}\Omega m$ تک ہے۔ حاجز اشیا جیسے شیشہ یا ربڑ‘ کی مزاحمیت اس کے مقابلے میں 10^{22} سے 10^{24} گنا زیادہ ہوتی ہے۔ نیم موصل اشیا‘ جیسے Si کی مزاحمتیں، لوگ ریتھمک پیمانے پر، ان کی درمیانی سعت میں ہوتی ہیں (نزدیکی طور پر)۔

6۔ زیادہ تر اشیا میں‘ کرنٹ کے بردار الیکٹران ہوتے ہیں۔ کچھ صورتوں میں‘ مثلاً آیونیوی کرسٹل اور برق پاشہ رقیق، مثبت اور منفی آئن برقی کرنٹ لے جاتے ہیں۔

7۔ کرنٹ کثافت $\vec{j}$‘ بہاؤ کی عمودی سمت میں بہنے والے چارج کی مقدار فی سیکنڈ فی اکائی رقبہ دیتی ہے۔

$$\vec{j} = nq\,\vec{v}_d$$

جہاں n‘ چارج برداروں کی عددی کثافت (تعداد فی اکائی حجم) ہے‘ جس میں سے ہر ایک کا چارج q ہے اور $\vec{v}_d$ چارج برداروں کی بادآور رفتار ہے۔ الیکٹرانوں کے لیے: $q = -e$ اگر $\vec{j}$‘ ایک تراشی رقبہ A پر عمود ہے اور رقبے پر مستقلہ ہے‘ تو رقبہ سے گذرنے والے کرنٹ کی عددی قدر ہے:

$$ne\,v_d A$$

8۔ $E = \frac{V}{l}$، $I = nev_d\,A$ اور اوم کا قانون استعمال کرتے ہوئے‘ حاصل ہوتا ہے

$$\frac{eE}{m} = \rho\frac{ne^2}{m}v_d$$

ایک دھات میں‘ باہری میدان E کی وجہ سے الیکٹرانوں پر لگنے والی قوت eE اور بادآور رفتار v_d (اسراع نہیں) کے درمیان متناسبیت کو سمجھا جا سکتا ہے‘ اگر ہم مان لیں کہ الیکٹران‘ دھات کے آئنوں کے ساتھ تصادم کرتے ہیں‘ جو انھیں بے ترتیب سمتوں میں منفرج کر دیتے ہیں۔ اگر ایسے تصادم‘ اوسطاً وقفہ وقت τ کے بعد ہوتے ہیں‘ تو

$$v_d = a\tau = eE\tau/m$$

جہاں a، الیکٹران کا اسراع ہے۔ اس سے حاصل ہوتا ہے:

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$

9۔ اس درجہ حرارت سعت میں، جس میں مزاحمیت، درجہ حرارت کے ساتھ خطی طور پر بڑھتی ہے، مزاحمیت کے درجہ حرارت ضریب α کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے کہ یہ مزاحمیت میں کسری اضافہ فی اکائی درجہ حرارت اضافہ ہے۔

10۔ زیادہ تر مادی اشیا اوم کے قانون کی تعمیل کرتی ہیں، لیکن یہ قدرت کا بنیادی قانون نہیں ہے۔ یہ لاگو نہیں ہوتا اگر

(a) V، I کے غیر خطی طور پر تابع ہے۔

(b) V اور I کے درمیان رشتہ، V کی یکساں مطلق قدر کے لیے، V کی علامت کے تابع ہے۔

(c) V اور I میں رشتہ غیر یکتا ہے۔

(a) کی مثال ہے، جب ρ میں، I میں اضافہ کے ساتھ، اضافہ ہوتا ہے (چاہے درجہ حرارت معین رکھا جائے)۔ ایک سمت کار (Rectifier) میں (a) اور (b) دونوں خاصیتیں ہوتی ہیں۔ GaAs خاصیت (c) ظاہر کرتا ہے۔

11۔ جب emf، ε کا ایک وسیلہ ایک باہری مزاحمت R سے جوڑا جاتا ہے، تو R کے سروں کے بیچ وولٹیج V_{ext} دی جاتی ہے:

$$V_{ext} = IR = \frac{\varepsilon}{R+r}R$$

جہاں r، وسیلے کی اندرونی مزاحمت ہے۔

12۔ (a) سلسلہ وار جڑے ہوئے n مزاحموں کی کل مزاحمت R دی جاتی ہے:

$$R = R_1 + R_2 + \ldots\ldots + R_n$$

(b) متوازی طرز میں جڑے ہوئے n مزاحموں کی کل مزاحمت R دی جاتی ہے:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{R_n}$$

13۔ کرچوف کے قاعدے:

(a) جنکشن قاعدہ: سرکٹ جز کے کسی بھی جنکشن پر، جنکشن میں داخل ہونے والے کرنٹوں کا حاصل جمع، جنکشن سے باہر نکل رہے کرنٹوں کے حاصل جمع کے مساوی ہونا لازمی ہے۔

(b) بند حلقہ قاعدہ: ایک بند حلقہ کے گرد مضمر میں ہونے والی تبدیلیوں کا الجبرائی حاصل جمع لازمی طور پر صفر ہوگا۔

14۔ وہیٹ اسٹون برج، چار مزاحمتوں، R_1، R_2، R_3، R_4 پر مشتمل ہے، جیسا کہ اس باب میں دکھایا

گیا ہے۔

نل نقطہ شرط دی جاتی ہے: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$

جسے استعمال کر کے ایک مزاحمت کی قدر معلوم کی جاسکتی ہے اگر باقی تین مزاحمتیں معلوم ہوں۔

15۔ پوٹینشیو میٹر، مضمر فرقوں کا مقابلہ کرنے کا آلہ ہے۔ کیونکہ اس کے استعمال کے طریقے میں، کسی کرنٹ کے نہ بہنے کی شرط شامل ہے، اس لیے یہ آلہ، مضمر فرق ناپیئے، ایک سیل کی اندرونی مزاحمت معلوم کرنے اور دو وسیلوں کی emfs کا مقابلہ کرنے کے لیے استعمال ہوسکتا ہے۔

طبعی مقدار	علامت	ابعاد	اکائی	ریمارک
برقی کرنٹ	I	[A]	A	SI بنیادی اکائی
چارج	Q, q	[T A]	C	———
وولٹیج، برقی مضمر فرق	V	$[M\ L^2\ T^{-3}\ A^{-1}]$	V	$\frac{\text{کام}}{\text{چارج}}$
برقی محرک قوت	ε	$[M\ L^2\ T^{-3}\ A^{-1}]$	V	$\frac{\text{کام}}{\text{چارج}}$
مزاحمت	R	$[M\ L^2\ T^{-3}\ A^{-2}]$	Ω	$R = \frac{V}{I}$
مزاحمیت (نوعی مزاحمت)	ρ	$[M\ L^3\ T^{-3}\ A^{-2}]$	Ω m	$R = \rho \frac{\delta l}{A}$
برقی ایصالیت	σ	$[M^{-1}\ L^{-3}\ T^3\ A^2]$	S	$\sigma = \frac{1}{\delta}$
برقی میدان	$\vec{E}$	$[M\ L\ T^{-3}\ A^{-1}]$	$V\ m^{-1}$	$\frac{\text{برقی قوت}}{\text{چارج}}$
بادآور چال	v_d	$[L\ T^{-1}]$	$m\ s^{-1}$	$v_d = \frac{eE\tau}{m}$
استراحت وقفہ	τ	[T]	s	
کرنٹ کثافت	$\vec{j}$	$[L^{-2}\ A]$	$A\ m^{-2}$	$\frac{\text{کرنٹ}}{\text{رقبہ}}$
روانی	μ	$[M\ L^3\ T^{-4}\ A^{-1}]$	$m^2\ V^{-1} s^{-1}$	v_d / E

قابلِ غور نکات

1۔ کرنٹ ایک عددیہ ہے حالانکہ ہم اسے ایک تیر کے نشان کے ساتھ ظاہر کرتے ہیں۔ کرنٹ، سمتیوں کے جمع کے قانون کی تعمیل نہیں کرتے۔ کرنٹ ایک غیر سمتیہ (عددیہ) ہے، یہ اس کی تعریف سے بھی اخذ کیا جاسکتا ہے۔ ایک تراشی رقبہ سے گذرنے والا کرنٹ دو سمتیوں کا غیر سمتی حاصل ضرب ہے:

$$I = \vec{j} \cdot \Delta\vec{S}$$

جہاں $\vec{j}$ اور $\Delta\vec{S}$ سمتیے ہیں۔

2۔ اس باب میں دکھائے گئے ایک مزاحمے اور ایک ڈایوڈ کے V—I منحنی دیکھیے۔ ایک مزاحمہ اوم کے قانون کی تعمیل کرتا ہے جب کہ ڈایوڈ نہیں کرتا۔ یہ کہنا کہ V=IR' اوم کے قانون کا بیان ہے' درست نہیں ہے۔ یہ مساوات مزاحمت کی تعریف کرتی ہے اور اس کا اطلاق تمام ایصالی آلات پر ہوتا ہے چاہے وہ اوم کے قانون کی تعمیل کرتے ہوں یا نہ کرتے ہوں۔ اوم کے قانون کا بیان ہے کہ I برخلاف V کی ترسیم (Plot) خطی ہے' یعنی کہ R'V کے غیر تابع ہے۔

مساوات $\vec{E} = \rho\,\vec{j}$' اوم کے قانون کے دوسرے بیان تک رہنمائی کرتی ہے۔ یعنی کہ' ایک ایصالی شئے اوم کے قانون کی تعمیل کرتی ہے اگر شئے کی مزاحمیت لگائے گئے برقی میدان کی عددی قدر اور سمت کے تابع نہ ہو۔

3۔ متجانس موصل جیسے چاندی یا نیم موصل جیسے خالص جرمنیم یا وہ جرمنیم جس میں ملاوٹ شامل ہو' برقی میدان کی قدروں کی ایک سعت کے اندر پابندی کرتے ہیں۔ اگر میدان بہت زیادہ طاقت ور ہو جائے' تو ان میں سے ہر ایک صورت میں' اوم کے قانون سے کچھ انحراف پایا جائے گا۔

4۔ ایک برقی میدان $\vec{E}$ میں ایصالی الیکٹرانوں کی حرکت حاصل جمع ہے (i) بے ترتیب تصادموں کی وجہ سے حرکت (ii) $\vec{E}$ کی وجہ سے حرکت' کا— بے ترتیب تصادموں کی وجہ سے حرکت کا اوسط صفر ہوتا ہے اور یہ v_d میں حصہ نہیں لیتی (درجہ XI کی درسی کتاب کا باب 11)۔ اس لیے v_d' صرف الیکٹران پر لگائے گئے برقی میدان کی وجہ سے ہوتی ہے۔

5۔ رشتہ $\vec{j} = \rho\,\vec{v}$ کا' ہر ایک قسم کے چارج برداروں پر الگ الگ اطلاق کیا جانا چاہیے۔ ایک ایصالی تار میں' کل کرنٹ اور چارج کثافت' مثبت اور منفی دونوں چارجوں کی وجہ سے پیدا ہوتے ہیں:

$$\vec{j} = \rho_+\,\vec{v}_+ + \rho_-\,\vec{v}_-$$

$$\rho = \rho_+ + \rho_-$$

اب ایک تعدیلی (نیوٹرل) تار میں' جس میں برقی کرنٹ بہہ رہا ہے'

$$\rho_+ = -\,\rho_-$$

مزید' $v_+ \sim 0$' جس سے حاصل ہوتا ہے۔

$$\rho = 0$$

$$\vec{j} = \rho_-\,\vec{v}$$

اس لیے، رشتہ $\vec{j} = \rho\,\vec{v}$ کا اطلاق کل کرنٹ چارج کثافت پر نہیں ہوتا۔

6۔ کرچوف کا جنکشن قاعدہ چارج کی بقا پر منحصر ہے اور ایک جنکشن سے باہر نکلنے والے کرنٹ، آپس میں جمع ہو جاتے ہیں اور جنکشن پر اندر آنے والے کرنٹ کے مساوی ہوتے ہیں۔ تاروں کو موڑنے یا ان کی تشریق (Orientation) بدلنے سے کرچوف کے جنکشن قاعدے کی درستگی پر اثر نہیں پڑتا۔

مشق

3.1 ایک کار کی بیٹری 12V، emf ہے۔ اگر بیٹری کی اندرونی مزاحمت $0.4\ \Omega$ ہے، تو بیٹری سے زیادہ سے زیادہ کتنا کرنٹ لیا جا سکتا ہے؟

3.2 10V، emf اور $3\ \Omega$ اندرونی مزاحمت کی ایک بیٹری ایک مزاحمے کے ساتھ جوڑی گئی ہے۔ اگر سرکٹ میں کرنٹ 0.5 A ہے تو مزاحمہ کی مزاحمت کیا ہے؟ جب سرکٹ بند ہے تو بیٹری کی ٹرمنل وولٹیج کیا ہے؟

3.3 (a) $1\ \Omega$، $2\ \Omega$ اور $3\ \Omega$ کے تین مزاحمے سلسلہ وار جوڑے گئے ہیں۔ اجتماع کی کل مزاحمت کیا ہے۔

(b) اگر اس اجتماع کو 12V اور نا قابل لحاظ اندرونی مزاحمت کی ایک بیٹری سے جوڑ دیا جائے تو ہر مزاحمے سے گذرنے والا کرنٹ اور بیٹری سے لیا گیا کل کرنٹ معلوم کیجیے۔

3.4 (a) $2\ \Omega$، $4\ \Omega$ اور $5\ \Omega$ کے تین مزاحمے، متوازی طرز میں جوڑے گئے ہیں۔ اجتماع کی کل مزاحمت کیا ہے؟

(b) اگر اس اجتماع کو 20V، emf اور نا قابل لحاظ اندرونی مزاحمت کی بیٹری سے جوڑ دیا جائے تو ہر مزاحمہ پر مضمر گراؤ معلوم کیجیے۔

3.5 کمرہ درجہ حرارت ($27.0\ °C$) پر ایک حرارتی جز کی مزاحمت $100\ \Omega$ ہے۔ حرارتی جز کا درجہ حرارت کیا ہوگا اگر اس کی مزاحمت $117\ \Omega$ ناپی جاتی ہے۔ دیا ہوا ہے کہ مزاحمہ کے مادے کا درجہ حرارت ضریب $1.70 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$ ہے۔

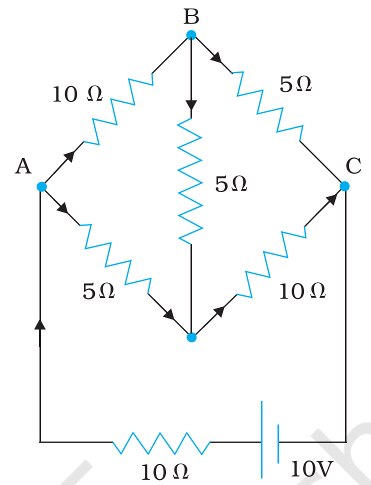
3.6 ایک 15m لمبے اور $6.0 \times 10^{-7}\ m^2$ ہموار تراشے کے ایک تار سے ایک نا قابل لحاظ حد تک خفیف کرنٹ گذارا جاتا ہے اور اس کی مزاحمت کی پیمائش شدہ قدر $5.0\ \Omega$ ہے۔ تجربہ کے درجہ حرارت پر تار نے مادّے کی مزاحمیت کیا ہے؟

3.7 ایک چاندی کے تار کی $27.5\ °C$ پر مزاحمت $2.1\ \Omega$ اور $100\ °C$ پر $2.7\ \Omega$ ہے۔ چاندی کی مزاحمیت کا درجہ حرارت ضریب معلوم کیجیے۔

3.8 نائیکروم کا بنا ایک حرارتی جز ایک 230V سپلائی سے جوڑا گیا۔ شروع میں یہ جز 3.2A کرنٹ کھینچتا ہے اور کچھ سیکنڈ بعد کرنٹ کی قائم قدر 2.8A ہو جاتی ہے۔ اگر کمرہ درجہ حرارت $27.0\ °C$ ہے تو حرارتی جز کا قائم درجہ حرارت کتنا ہے؟ شامل درجہ حرارت سعت پر اوسط کیا گیا نائیکروم کی مزاحمت کا درجہ حرارت ضریب

$1.70 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$ ہے۔

3.9 شکل 3.30 میں دکھائے گئے نیٹ ورک کی ہر شاخ میں کرنٹ معلوم کیجیے۔



شکل 3.30

3.10 (a) ایک میٹر برج میں (شکل 3.27)، جب مزاحمہ Y، 12 Ω کا ہے تو توازن نقطہ A سرے سے 39.5cm کے فاصلے پر حاصل ہوتا ہے۔ X کی مزاحمت معلوم کیجیے۔ ایک وہیٹ اسٹون برج یا میٹر برج میں مزاحموں کے درمیان کنکشن موٹی کوپر کی پٹیوں کے کیوں بنے ہوتے ہیں؟

(b) اوپر دیے ہوئے برج کا توازن نقطہ کیا ہوگا، اگر X اور Y کو آپس میں بدل دیا جائے؟

(c) اگر برج کے توازن نقطہ پر گیلوونومیٹر اور سیل کو آپس میں بدل دیا جائے تو کیا ہوگا؟ کیا گیلوونومیٹر کوئی کرنٹ ظاہر کرے گا؟

3.11 8.0V emf اور 0.5 Ω اندرونی مزاحمت کی ایک بیٹری کو ایک 120V، dc سپلائی کے ذریعے، 15.5Ω کا سلسلہ وار مزاحمہ استعمال کرتے ہوئے، چارج کیا جارہا ہے۔ چارج کرنے کے دوران بیٹری کی ٹرمنل وولٹیج کیا ہے؟ چارج کرنے والے سرکٹ میں سلسلہ وار مزاحمہ استعمال کرنے کا کیا مقصد ہے؟

3.12 ایک پوٹینشیو میٹر میں، 1.25v emf کے ایک سیل سے، تار کی 35.0cm لمبائی پر توازن نقطہ حاصل ہوتا ہے۔ اگر سیل کو ایک دوسرے سیل سے تبدیل کردیا جائے تو توازن نقطہ 63.0cm پر منتقل ہوجاتا ہے۔ دوسرے سیل کی emf کیا ہے۔

3.13 مثال 3.1 میں دیے ہوئے تانبہ کے موصل میں آزاد الیکٹرانوں کی عددی کثافت کا تخمینہ $8.5 \times 10^{28}\ m^{-3}$ ہے۔ ایک 3.0m لمبے تار کے ایک سرے سے دوسرے تک ایک الیکٹران کو بادآور ہونے میں کتنا وقت لگے گا؟ تار کا تراشی رقبہ $2.0 \times 10^{-6}\ m^2$ ہے اور اس میں 3.0A کرنٹ بہہ رہا ہے۔

اضافی مشق

3.14 سطح زمین کی منفی سطحی چارج کثافت ہوتی ہے، جس کی قدر $10^{-9}\ C\ m^{-2}$ ہے۔ فضا کے اوپری حصے اور سطح زمین کے درمیان 400KV کے مضمر فرق سے (نچلی فضا کی کم ایصالیت کی وجہ سے)، پورے کرہ ارض پر صرف 1800A کرنٹ پیدا ہوتا ہے۔ اگر فضائی برقی میدان کو برقرار رکھنے کا کوئی میکانزم نہیں ہوتا تو زمین کی سطح کو تعدیل کرنے میں کتنا وقت (تقریباً) لگتا؟ (عملی طور پر ایسا کبھی نہیں ہوتا، کیونکہ برقی چارجوں کو دوبارہ پر کردینے کا میکانزم، کرہ ارض کے مختلف حصوں میں لگاتار آنے والے طوفان برق و باراں اور بجلی کے کڑکنے کی شکل میں موجود ہے) زمین کا نصف قطر 6.37×10^{6} m ہے۔

3.15 (a) سیسے کے تیزاب قسم کے چھ ثانوی سیلوں کو، جن میں سے ہر ایک کی emf 2.0V، اور اندرونی مزاحمت .015Ω ہے، سلسلہ وار جوڑ کر 8.5Ω کے مزاحمے کو سپلائی مہیا کی گئی ہے۔ سپلائی سے کتنا کرنٹ لیا جارہا ہے اور سپلائی کی ٹرمنل وولٹیج کیا ہے؟

(b) لمبے استعمال کے بعد ایک ثانوی سیل کی emf 1.9V، ہے اور اس کی اندرونی مزاحمت 380Ω ہے۔ اس سیل سے زیادہ سے زیادہ کتنا کرنٹ لیا جاسکتا ہے؟ کیا سیل ایک کار کو چلانا شروع کرنے والے موٹر کو چلاسکتا ہے؟

3.16 برابر لمبائی کے دو تاروں کی مزاحمت یکساں ہے۔ ایک تار المونیم کا اور دوسرا تانبہ کا ہے۔ دونوں میں سے کون سا تار مقابلتاً ہلکا ہوگا؟ پھر سمجھایئے کہ اوپر لگے تار کے کیبلوں کو بنانے کے لیے المونیم کے تاروں کو کیوں ترجیح دی جاتی ہے؟

$\rho_{Cu} = 1.72 \times 10^{-8}\Omega m$، Al = 2.7 کی اضافی کثافت، Cu = 8.9 کی اضافی کثافت)

3.17 بھرت میگانین کے بنے مزاحمے پر کیے گئے مندرجہ ذیل مشاہدات سے آپ کیا نتیجہ اخذ کرسکتے ہیں۔

وولٹیج	کرنٹ A	وولٹیج V	کرنٹ (A)
59.2	3.0	3.94	0.2
78.8	4.0	7.87	0.4
98.6	5.0	11.8	0.6
118.5	6.0	15.7	0.8
138.2	7.0	19.7	1.0
158.0	8.0	39.4	2.0

3.18 مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

(a) ایک غیر ہموار تراشہ کے دھاتی موصل میں سے ایک قائم کرنٹ بہہ رہا ہے۔ موصل پر مندرجہ ذیل میں سے کون سی مقداریں مستقلہ ہیں: کرنٹ، کرنٹ کثافت، برقی میدان، باد آور چال؟

(b) کیا اوم کے قانون کا اطلاق تمام ایصالی عناصر پر آفاقی طور پر ہوتا ہے؟ اگر نہیں، تو ایسے عناصر کی مثالیں دیجیے جو اوم کے قانون کی پابندی نہیں کرتے۔

(c) اگر یک کم وولٹیج سپلائی سے زیادہ کرنٹ لینے کی ضرورت ہے تو اس کی اندرونی مزاحمت کم ہونا چاہیے۔ کیوں؟

(d) زیادہ تناؤ (HT, High tension) فرض کیجیے 6KV کی، سپلائی کی اندرونی مزاحمت بہت زیادہ ہونی چاہیے۔ کیوں؟

3.19 درست متبادل منتخب کیجیے:

(a) دھاتوں کے بھرتوں کی مزاحمیت عام طور سے ان دھاتوں سے (زیادہ/کم) ہوتی ہے، جن سے وہ بنے ہوتے ہیں۔

(b) بھرتوں کی مزاحمت کے درجہ حرارت ضریب عام طور سے خالص دھاتوں سے بہت (زیادہ/کم) ہوتے ہیں۔

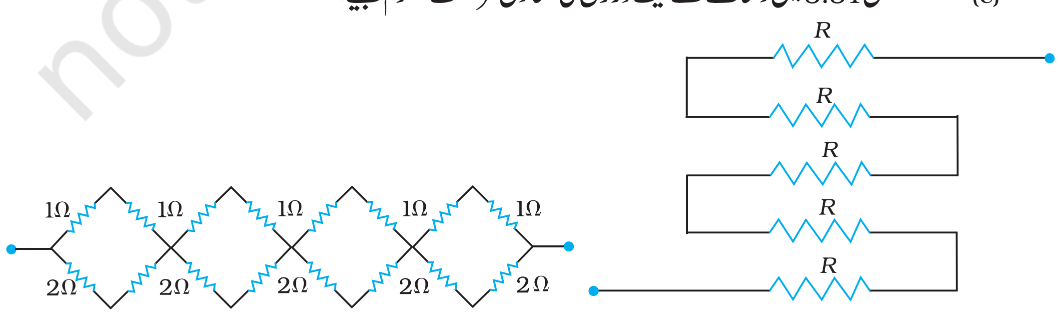
(c) بھرت میگانین کی مزاحمیت درجہ حرارت میں اضافے (کے تقریباً غیر تابع ہے، کے ساتھ تیزی سے بڑھتی ہے)۔

(d) ایک مخصوص حاجز، (جیسے آبنوس) کی مزاحمیت ایک دھات کے مقابلے میں $(10^{22}/10^{23})$ کے درجے کے جز ضربی سے زیادہ ہوتی ہے۔

3.20 (a) اگر آپ کے پاس n مزاحمے ہوں، جن میں سے ہر ایک کی مزاحمت R ہو تو آپ ان کا اجتماع کیسے کریں گے کہ، (i) از حد معادل مزاحمت ہو (ii) کم ترین معادل مزاحمت حاصل ہو (iii) از حد معادل مزاحمت اور کم ترین معادل مزاحمت کی کیا نسبت ہے۔

(b)۔ 1 Ω، 2 Ω اور 3 Ω کے مزاحمے دیے ہوئے ہیں۔ آپ ان کا اجتماع کیسے کریں گے کہ حاصل ہونے والی معادل مزاحمت (i) (11/3) Ω۔ (ii) (11/5) Ω (iii)۔ 6 Ω،۔ (iv)۔ (6/11) Ω ہو۔

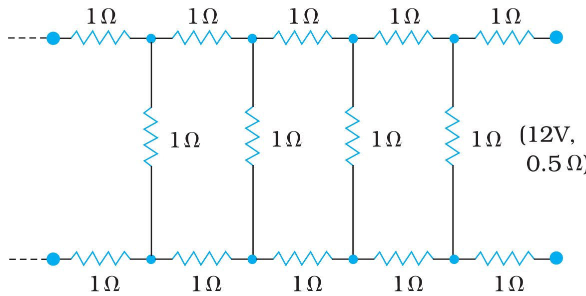
(c) شکل 3.31 میں دکھائے گئے نیٹ ورکوں کی معادل مزاحمت معلوم کیجیے:



(a) (b)

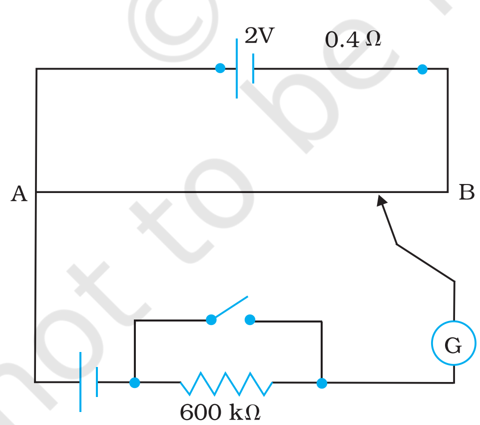
شکل 3.31

3.21 شکل 3.2 میں دکھائے گئے لامتناہی نیٹ ورک کے ذریعے ایک 12V سپلائی سے، جس کی اندرونی مزاحمت 0.5Ω ہے، کھینچا گیا کرنٹ معلوم کیجیے۔



شکل 3.32

3.22 شکل 3.33 میں 2.0V، emf اور 0.40Ω اندرونی مزاحمت کے ایک سیل کے ساتھ ایک پوٹینشیو میٹر دکھایا گیا ہے۔ سیل کے ذریعے مزاحمہ تار A B پر ایک مضمر گراوٗ برقرار رکھا جاتا ہے۔ ایک معیاری سیل، 1.02V کی مستقلہ emf برقرار رکھتا ہے (چند mA تک کے بہت کم کرنٹ کے لیے) اور تار کی 67.3cm لمبائی پر توازن نقطہ دیتا ہے۔ اس بات کو یقینی بنانے کے لیے کہ معیاری سیل سے بہت کم کرنٹ کھینچا جائے، اس کے ساتھ ایک بہت بڑا 600KΩ کا مزاحمہ سلسلہ وار لگایا جاتا ہے، جیسے توازن نقطہ کے قریب شارٹ کر دیا جاتا ہے۔ پھر معیاری سیل کو ایک نامعلوم emf، ε کے سیل سے بدل دیا جاتا ہے اور اسی طرح معلوم کیا گیا توازن نقطہ اب تار کی 82.3cm لمبائی پر ملتا ہے۔



شکل 3.33

(a) ε کی قدر کیا ہے؟

(b) 600KΩ کا بڑا مزاحمہ کیا مقصد پورا کرتا ہے؟

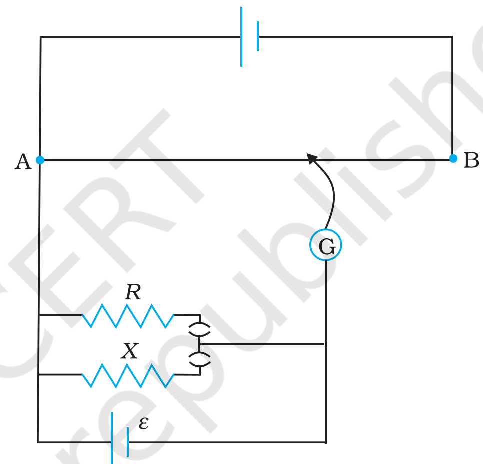
(c) کیا اس بڑی مزاحمت سے توازن نقطہ پر کوئی اثر پڑتا ہے؟

(d) کیا ڈرائیور سیل کی اندرونی مزاحمت سے توازن نقطہ متاثر ہوتا ہے؟

(e) اگر ڈرائیور سیل کی emf‘ 2.0V کی جگہ 1.0V ہو تو کیا مندرجہ بالا صورت میں یہ طریقہ کام کرے گا؟

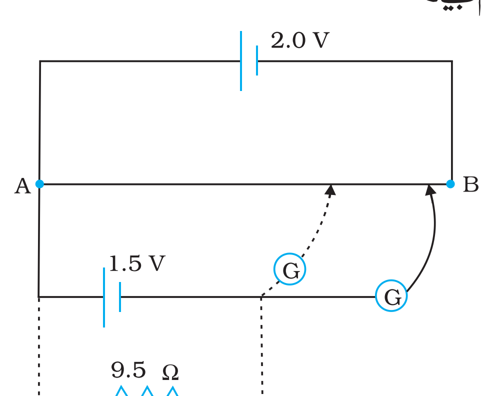
(f) کیا یہ سرکٹ بہت زیادہ قلیل emf‘ فرض کیجیے جو چند mV کے درجہ کی ہے (جیسے کہ تھرموکپل کی مخصوص emf)‘ معلوم کرنے کے لیے ٹھیک کام کرے گا؟ تو آپ سرکٹ میں کیا سدھار کریں گے۔

3.23 شکل 3.34 میں دو مزاحموں کا مقابلہ کرنے کے لیے ایک پوٹینشیو میٹر سرکٹ دکھایا گیا ہے۔ ایک معیاری مزاحمے $R=100\Omega$ کے ساتھ توازن نقطہ 58.3cm پر حاصل ہوتا ہے جب کہ غیر معلوم مزاحمہ X کے ساتھ یہ 68.5cm ہے۔ X کی قدر معلوم کیجیے — اگر آپ emf‘ ε کے دیے ہوئے سیل کے ذریعے توازن نقطہ حاصل کرنے میں کامیاب نہیں ہوتے تو آپ کیا کر سکتے ہیں؟



شکل 3.34

3.24 شکل 3.35 میں‘ 1.5V کے سیل کی اندرونی مزاحمت معلوم کرنے کے لیے ایک 2.0V کا پوٹینشیو میٹر دکھایا گیا ہے۔ کھلے سرکٹ میں سیل کا توازن نقطہ 76.3cm پر ہے۔ جب سیل کے باہری سرکٹ میں ایک 9.5Ω کا مزاحمہ استعمال کیا جاتا ہے تو توازن نقطہ، پوٹینشیو میٹر تار کی 64.8cm لمبائی پر منتقل ہو جاتا ہے۔ سیل کی اندرونی مزاحمت معلوم کیجیے۔



شکل 3.35